

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЧЕРНІГІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ІНСТИТУТ  
ЕКОНОМІКИ І УПРАВЛІННЯ**

**Р.М.Літнарівч**

**ГЕОДЕЗІЯ**

**ПЛАНОВІ ДЕРЖАВНІ ГЕОДЕЗИЧНІ МЕРЕЖІ**

**Конспект лекцій**

**ЧЕРНІГІВ 2002**

УДК 528.31/35

ЛІТНАРОВИЧ Р.М. Геодезія. .Планові державні геодезичні мережі. Конспект лекцій. Чернігів, ЧДІЕіУ, 2002,- 71 с.

Приведена теорія та практика побудови державних геодезичних мереж на всю територію держави для забезпечення цілей землевпорядкування та кадастру.

Досконале володіння методами створення геодезичних мереж необхідне землевпорядникам для проведення інвентаризації і розпаювання земель та створення кадастру.

Дисципліна є невід’ємною частиною курсу “ Геодезія “ в цілому і базується на основі курсів “ Топографія “, “ Геодезичні прилади “, “ Математична обробка результатів геодезичних вимірювань “.

Мал.15, Табл14. Бібліогр...9...назв.

Рецензент: В.О.Боровий , доктор технічних наук , професор.

Конспект лекцій розглянутий та затверджений на засіданні кафедри геодезії , землевпорядкування та кадастру ЧДІЕіУ. Протокол №3 від 24 листопада 2000 р.

Рекомендовано вченою радою ЧДІЕіУ для використання в навчальному процесі, протокол №6 від 27.06.2001 р.

## ЗМІСТ

Вступ .....	4
Лекція 1. Державні геодезичні мережі .....	5
Лекція 2. Проектування і рекогностування геодезичних мереж .....	16
Лекція 3. Оцінка точності побудови геодезичних мереж .....	26
Лекція 4. Оцінка точності рядів і мереж трилатерації і лінійно-кутових Мереж .....	35
Лекція 5. Попередні обчислення в планових геодезичних мережах .....	39
Лекція 6. Визначення елементів приведення .....	49
Лекція 7. Високоточні кутові і лінійні виміри .....	57
Література .....	69

## ВСТУП

Побудова геодезичних мереж розрахована на:

- Встановлення єдиної системи координат на територію країни;
- Вивчення фігури і гравітаційного поля Землі та їх змін в часі;
- Геодезичне забезпечення картографування території;
- Функціонування засобів наземної, морської і аерокосмічної навігації, аерокосмічного моніторингу природного та техногенного середовищ;
- Етапування технічних засобів визначення місцезнаходження та орієнтування;
- Вивчення геодинамічних явищ;
  - а) зон аномальних деформацій земної поверхні;
  - б) рухів полюсів і нерівномірності обертання Землі;
  - в) рухів земної кори в регіональному та глобальному масштабах.

В результаті вивчення курсу студенти повинні вміти:

- досліджувати існуючі державні геодезичні мережі;
- проводити прив'язку до існуючих пунктів державних мереж;
- створювати мережі згущення;
- створювати локальні прецизійні мережі;
- проводити обробку матеріалів з оцінкою точності результатів.

## Лекція 1. Державні геодезичні мережі.

### План лекцій

- 1.1. Державні геодезичні мережі і їх призначення.
- 1.2. Основні методи побудови державної геодезичної мережі та мереж згущення: триангуляція, полігонометрія, трилатерація, лінійно-кутові мережі, полюсний метод, метод парних ланок засічок, мережі несучільних спостережень.
- 1.3. Основні положення 1945 - 61 рр. побудови державної геодезичної мережі.

### Викладення матеріалу.

- 1.1. Державні геодезичні мережі і їх призначення.

Для всіх галузей управління державою і для використання її природних багатств необхідна точна топографічна карта. Вона являється результатом загального топографічного знімання держави методом аерофотознімання для створення топографічних карт масштабів від 1:10000 до 1:100000.

Спеціальні великомасштабні знімання масштабів 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500 виконують для цілей промислового і міського будівництва, для будівництва гідротехнічних споруд та інших інженерних проектів.

Основою проведення землепорядних міроприємств являються, також, топографічні карти і плани.

Для проведення топографічних, картографічних і землепорядних робіт необхідно мати добре розвинуту державну геодезичну мережу.

Таблиця 1.1. Геодезична мережа України.

Державна геодезична мережа - головне геодезичне обґрунтування.	Мережі триангуляції, полігонометрії, і трилатерації 1, 2, 3 і 4 класів.
	Мережі геометричного нівелювання I, II, III і IV класів.
	Мережі триангуляції і трилатерації 1 і 2 розрядів. Мережі полігонометрії 4 класу, 1 і 2 розряду. Мережі несуцільних спостережень, полюсний метод. Засічки А. І. Дурнєва, GPS.
Геодезичні мережі згущення	Технічне нівелювання, GPS.
	Мензуральні і теодолітні ходи, геодезичні засічки, GPS
Геодезичне знімальне обґрунтування	Висотні ходи, GPS.

Державна геодезична мережа України є головною геодезичною основою топографічних знімань і повинна задовільняти вимоги : народного господарства і оборони України при вирішенні інженерно -технічних і наукових задач.

### 1.2 Основні методи побудови державної геодезичної мережі та мереж згущення.

Державна геодезична мережа будується методами тріангуляції, полігонометрії, і їх сполученням, забезпечуючи планові  $X$  і  $Y$  і поверхневі  $B$  і  $L$  координати пунктів.

Висотну координату  $Z$  ( або  $H$  ) визначають методами нівелювання : геометричним, тригонометричним, гідростатичним...

Геодезичною мережею називається система точок на поверхні Землі, закріплених спеціальними центрами і знаками, координати яких визначено геодезичними методами.

Метод тріангуляції запропонував у 1617 році голландський вчений Снелліус при вимірюванні дуги меридіану між містами Алькаамаром і Берген-он-Зоомом.

Геодезична мережа складається з трикутників у яких вимірюються всі кути і одна або кілька сторін. Мережу редукують (відносять) на поверхню земного еліпсоїда або на площину. Маючи координати вихідної точки і азимут лінії, обчислюють координати всіх точок мережі.,

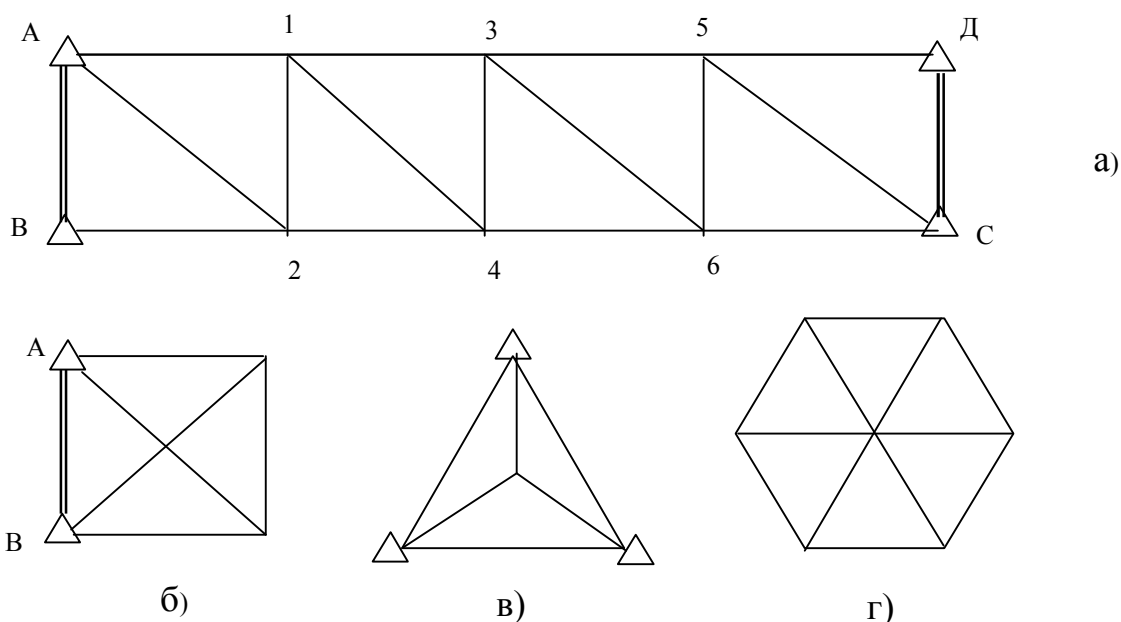


Рис 1.1. Типові фігури тріангуляції: а) - ряд трикутників; б) -геодезичний чотирикутник; в) - вставка пунктів у трикутник; г) - центральна система.

Метод тріангуляції приміняють у відкритій і напіввідкритій місцевості, гірській місцевості.

В закритій місцевості приміняють метод полігонометрії у вигляді різного роду ходів і полігонів. В полігонометрії вимірюються всі кути і сторони.

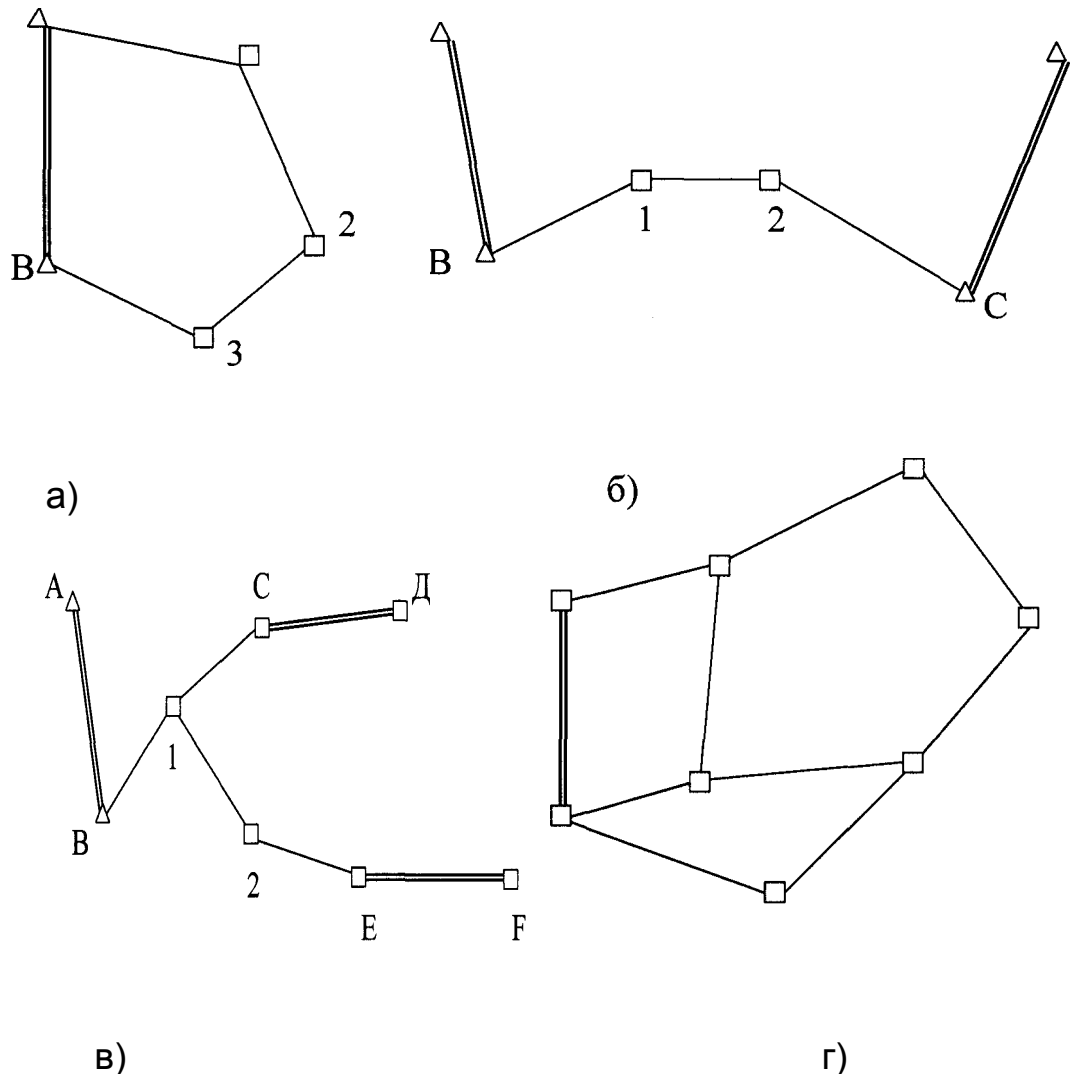


Рис. 1.2. Типові схеми полігонометрії: а) замкнутий хід; б) розімкнутий хід; в) хід з вузловою точкою; г) система полігонів.

До недавнього часу полігонометрія і триангуляція були основними методами побудови державних геодезичних мереж. Вони були добре вивчені як у теоретичному так і в практичному плані.

В останній час широке примінення знаходять методи побудови геодезичних мереж - трилатерація і лінійно-кутові мережі.

Схема побудови геодезичної мережі в трилатерації і лінійно-кутовій триангуляції така сама, як і в триангуляції.

У першому методі вимірюються лише сторони трикутників (кутів не вимірюють), а в другому вимірюють всі кути і всі сторони. В трилатерації вимірюють всі довжини сторін радіовіддалемірами або світловіддалемірами, що дає більшу точність.

Лінійно-кутовий метод - найточніший метод визначення геодезичних координат.

Координати точок земної поверхні можна визначити астрономічними і



спутниковими методами. Супутникова система GPS (Global Position System) забезпечує високу точність автономного визначення координат пунктів при мінімальному часі спостережень.

Державні мережі 1 і 2 класу використовують для створення єдиної системи координат, а також для вирішення наукових задач - визначення розмірів і фігури Землі, горизонтальних та вертикальних рухів земної кори і т. п.

Мережі 3 і 4 класів служать для обґрунтування топографічного знімання дрібних масштабів до 1:10000.

Державна геодезична мережа країни допускає похибку у взаємному положенні суміжних точок не більше як 1:25000.

Геодезичні мережі згущення 1 і 2 розряду використовуються для обґрунтування топознімальних в масштабах 1:5000-1:500 і для виконання інженерних робіт. Відносна похибка у взаємному положенні пунктів в цих мережах становить 1:10000.

Знімальні мережі є основою для топознімальних всіх масштабів і створюються методами різного роду засічок, прокладанням теодолітних, мензуральних ходів. Точність планових мереж  $1:3000$ , а висотних  $0,2\sqrt{L}$ , де  $L$  - довжина ходу в км.

Таблиця 1.2. Методи створення опорних геодезичних мереж



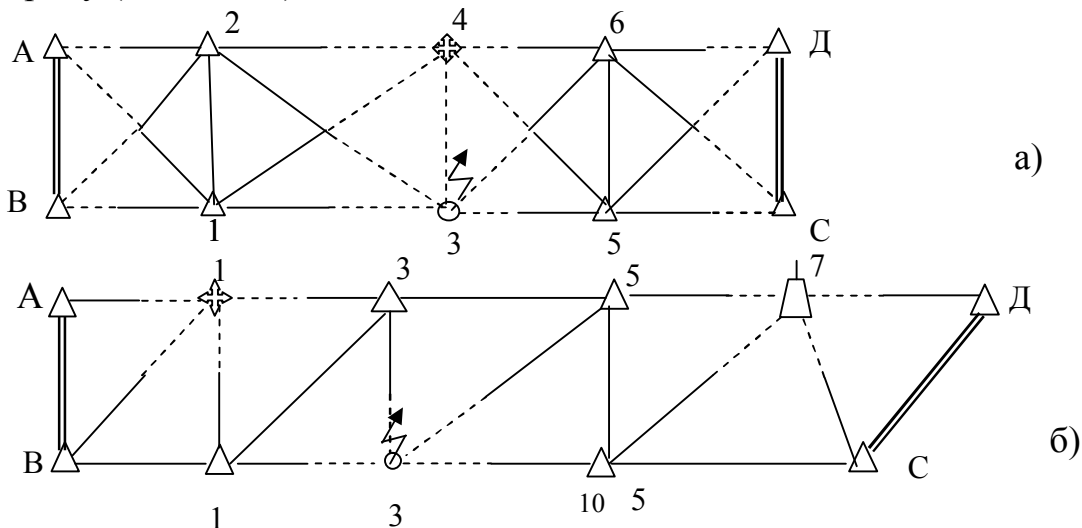
Примітка. Визначення координат окремих пунктів не є методами створення опорних мереж і в даній схемі не приводяться.

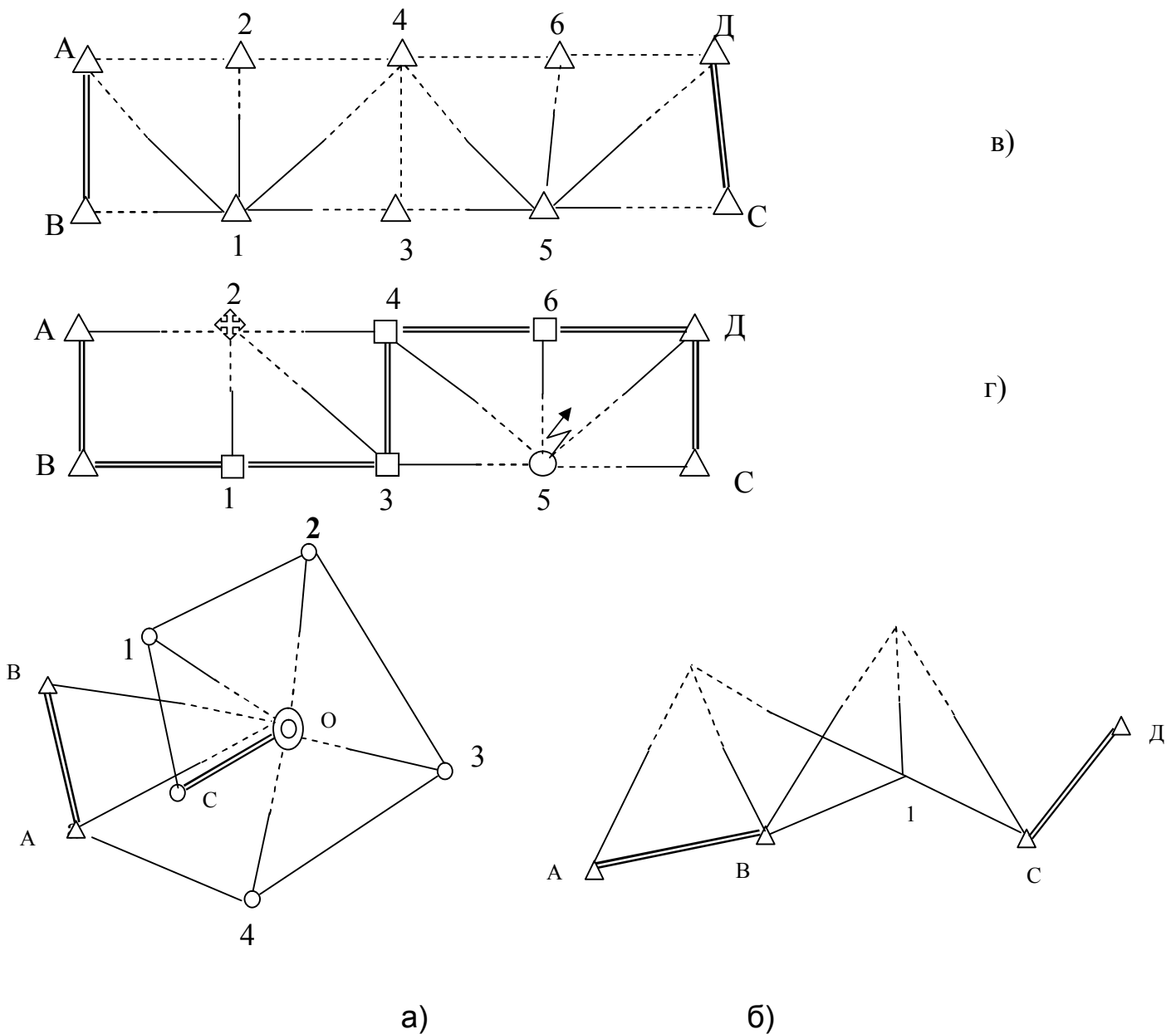
Густоти пунктів державних мереж недостатня для виконання геодезичних робіт. Наприклад, для створення карти масштабу 1:2000 необхідно мати один пункт державної мережі на площу 5-15 кв. км. Виникає необхідність в згущенні мережі, в збільшенні кількості пунктів на місцевості. Це робиться за допомогою мереж згущення, які розвиваються двома методами - полігонометрії і тріангуляції 1 і 2 розрядів. Висоти мереж згущення визначають методами технічного нівелювання.

Мережі згущення можуть створюватися методом парних ланок засічок, методом несучільних спостережень тріангуляції, лінійно-кутовим методом несучільних спостережень, методом несучільних спостережень чотирикутників без діагоналей.

Крім цього, мережі згущення можуть створюватися способом професора Зубрицького чотирикутників без діагоналей, способом бокових засічок професора Дурнева і полюсним способом доцента Романчука.

Мал. 1.3. Типові схеми згущення мережами несучільних спостережень: а) метод парних ланок засічок. Спостереження напрямків ведуться лише на пунктах 1,2,5,6. Замість спостережень на 10 пунктах, виміри проводяться лише на чотирьох; б) геодезичні мережі несучільних спостережень тріангуляції. Вимірювання проводяться на пунктах А, В, 1, 4, 5, 6, С, Д. Не проводять спостереження напрямків на пунктах 2,3,7; в) лінійно-кутові мережі несучільних спостережень. Електронний тахеометр встановлюється лише на пунктах 1 і 5, на яких вимірюються всі кути і сторони; г) метод несучільних спостережень чотирикутників без діагоналей. На відміну від метода чотирикутників без діагоналей професора Зубрицького, де на всіх пунктах вимірюються кути, в даній схемі пункти 2 і 5 недоступні для кутових вимірювань. Подвійними лініями показані вимірні сторони. Суцільна лінія, яка переходить у пунктирну означає односторонньо спостерігаємий напрямок. У лінійно-кутовому методі така лінія означає ще й вимірну сторону (мал. 1.3. в).





мал. 1.4. Принципові схеми побудови геодезичних мереж: а) полюсним методом доцента Романчука; б) методом бокових засічок професора Дурнева. Сторони, які показані однією лінією розраховуються за формулами, а не вимірюються. Суцільні лінії, які переходять в пунктирні означають візування на недоступний пункт. У кожному пункті даних мереж вимірюються всі кути або напрямки.

### 1.3. Основні положення 1945-61 рр. побудови державної геодезичної мережі.

Ряди триангуляції 1 класу прокладаються вздовж меридіанів і паралелей периметром 800-1000 км. На перетинах рядів 1 класу вимірюються базисні сторони, на кінцях яких астрономічно визначають широти, довготи і азимуты (спостерігають пункти Лапласа). Вздовж рядів триангуляції 1 класу виконуються астрономо-геодезичне нівелювання для визначення висот геоїда. Триангуляцію 1 класу прийнято називати астрономо-геодезичною мережею держави.

Триангуляція 2 класу будується без рядів у вигляді заповнюючої мережі. Базисні сторони розміщуються рівномірно через 25 трикутників.

Геодезичні мережі 3 і 4 класів будуються вставкою окремих систем, трикутників і пунктів у мережі триангуляції вищих класів.

Нинішня програма геодезичної мережі характеризується вищою точністю кутових і лінійних вимірювань.

Таблиця 1.3. Характеристика державної геодезичної мережі, створюваної методом триангуляції.

Клас або розряд	Довжина сторін, км	Допустима похибка вимірювання кутів	Допустима нев'язка в трикутника x	Допустима похибка базисних сторін	Похибка сторін у найслабшому місці
Державні геодезичні мережі					
1	20-25	0,7"	3"	1:400000	1:150000
2	7-20	1"	4"	1:300000	1:200000
3	5-8	1,5"	6"	1:200000	1:120000
4	2-5	2,0"	8"	1:150000	1:70000
Геодезичні мережі згущення					
1р.	2-5	5"	20"	1:100000	1:50000
2р.	0,3-3	10"	40"	1:50000	1:25000

Таблиця 1.4. Характеристика державної геодезичної мережі, створеної методом полігонометрії 1,2,3,4 класів.

Елементи полігонометрії	Значення			
	1	2	3	4
Периметр полігону	700-800км	150-180км	60км	35 км
Довжина діагоналі	200км	60км	30км	11-15 км
Довжина сторони	8-30км	5-18км	3-10км	Не менше 0,25 км
Число сторін в ланці (ході)	12	6	6	10-20
Точність вимірювання кутів	0,4"	1"	1,5"	2"
Точність вимірювання сторін	1:400000	1:200000	1:100000	1:400000
Допустима відносна похибка полігонометричного ходу				1:25000

Таблиця 1.5. Показники мереж згущення полігонометрії

Показники	4 клас	1 розряд	2 розряд
Гранична довжина ходу , км : окремо	14,0	7,0	4,0
Між вихідною і вузловою точками	9,0	5,0	3,0
Між вузловими точками	7,0	4,0	2,0
Граничний периметр полігону , км	40	20	12
Середні довжини сторін ходу , км	0,50	0,30	0,20

Максимальні довжини, км	3,0	0,8	0,5
Мінімальні довжини, км	0,25	0,12	0,08
Кількість сторін в ході, не більше	15	15	15
Відносна помилка ходу, не більше	1:25000	1:10000	1:5000
Середня квадратична помилка вимірюваного кута ( за нев'язками у ходах і полігонах ), кутові секунди, не більше	3"	5"	10"
Кутова нев'язка ходу або полігону, кутові секунди, не більше, де $p$ - кількість кутів у ході	$5\sqrt{L}$	$10\sqrt{L}$	$20\sqrt{L}$
Середня квадратична помилка вимірювання довжини сторони, в см : до 500м.	1	1	1
Більше 1000 м	1:40000	-	-
Від 500 до 1000м	2	2	2

Таблиця 1.6. Показники триангуляції .

Показники	4 клас	1 розряд	2 розряд
Довжина сторони трикутника, км, не більше	5,0	5,0	3,0
Мінімально допустима величина кута, кутові градуси : у суцільній мережі	20°	20°	20°
Сполучного ланцюжку : трикутників	30°	30°	30°
У вставці	30°	30°	30°
Кількість трикутників між вихідними сторонами або між вихідним пунктом і вихідною стороною, не більше	10	10	10
Мінімальна довжина вихідної сторони, км	2	1	1
Граничні значення середньої квадратичної похибки кута, що обчислена за нев'язками у трикутниках, кутові секунди	2"	5"	10"
Гранично допустима нев'язка в трикутнику, сек	8"	20"	40"
Відносна помилка вихідної сторони	1:200000	1:50000	1:20000
Допустима відносна помилка сторони в найбільш слабкому місці	1:50000	1:20000	1:10000

Таблиця 1.7. Показники трилатерації .

Показники	4 клас	1 розряд	2 розряд
Довжина сторони трикутника, км	2-5	0,5-5	0,25 - 3

Мінімально допустима величина кута трикутника	30°	20°	20°
Гранична довжина ланцюга трикутників між вихідними сторонами , або між вихідним пунктом і вихідною стороною ( км )	14,0	7,0	4,0
Кількість трикутників між вихідними сторонами або між вихідним пунктом і вихідною стороною	10	10	10
Мінімальна довжина вихідної сторони , км	2	1	1
Відносна середня квадратична похибка вимірювання сторони мережі	1:120000	1:80000	1:40000

Таблиця 1.8. Показники GPS .

Частота	Довжина бази ,км	Кількість супутників	Тривалість сесії, хв	Точність визначення (10 <sup>-6</sup> Д) мм
	Статистичне знімання			
Одна	1	4	30	5-10
		5	25	
	5	4	60	5
		5	30	
	10	4	90	4
		5	60	
30	4	120	3	
	5	90		
Одна	Кінематичне знімання			
	3	5	0,1	10
Дві(Р код )	100	5	0,1	3

Розвиток геодезичних мереж можна виконувати також за допомогою GPS спостережень . Для визначення координат геодезичних пунктів застосовують такі методи GPS - знімання :

- статичний ( статичне знімання ) ;
- кінематичний ( кінематичне знімання ) ;
- псевдокінематичний ( статичний переривчатий ) .

Вибір методу знімання залежить від вимог до точності визначення пунктів .

Державною висотною геодезичною мережею являються нівелірні мережі I , II , III і IV класів точності . Нівелірна мережа I і II класів є головною висотною основою за допомогою якої встановлюється єдина система висот на всій території України . Нівелірна мережа III і IV

класів служить для забезпечення висотами топографічних зніманих і рішення інженерних задач .

Таблиця 1.9. Показники точності висотних мереж .

	I клас	II клас	III клас	IV клас	Технічні нівелювання
Допустима нев'язка $f_{h, доп}$ ( ММ )	$2\sqrt{L}$	$3\sqrt{L}$	$5\sqrt{L}$	$20\sqrt{L}$	$50\sqrt{L}$
На станції ( мм )	-	-	$\pm 3$	$\pm 5$	$\pm 5$

де L - довжина нівелірного ходу в км .

Таблиця 1.10. Технічні характеристики .

Клас нівелювання	Нормальна довжина візирного променя (м)	Мінімальна висота візирного променя	Нерівність віддалей від нівеліра до рейки , м	
			На станції	По секції
III	75	0,3	2	5
IV	100	0,2	5	10

Периметри полігонів нівелювання I і II класів складають 2800 і 600 км відповідно .

Периметри полігонів нівелювання III класу в основному не перевищують 150 км .

Довжина ліній нівелювання IV класу не повинна перевищувати 50 км.

На лініях зі значним ухилом, коли число станцій на 1 км ходу більше 25, гранична нев'язка в технічному нівелюванні можна підрахувати за формулою  $\pm 10_{мм}\sqrt{n}$  , де n - число штативів в ході або в полігоні.

### Висновки.

Державна геодезична мережа є головною геодезичною основою топографічних зніманих усіх масштабів.

Державна геодезична мережа об'єднує в єдине ціле планову і висотну геодезичні мережі.

Планова геодезична мережа поділяється на:

- астрономо-геодезичну мережу 1 та 2 класів;
- геодезичні мережі згущення 3 класу.

Висотна геодезична мережа поділяється на:

- нівелірні мережі I і II класів;
- нівелірні мережі III і IV класів.

Державна геодезична мережа створюється відповідно до вимог діючих "основних положень про державну геодезичну мережу України", інструкцій та інших нормативних документів.

Розрядні геодезичні мережі згущення є основою топографічних знімачь у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 і 1:500 та інших інженерних робіт.

#### *Контрольні запитання.*

1. Принципові схеми триангуляції, трилатерації, полігонометрії.
2. Принципові схеми мереж несучь цільних спостережень триангуляції, лінійно-кутового методу, методу парних ланок засічок, чотирикутників без діагоналей.
3. Поліосний спосіб створення опорної мережі.
4. Метод бокових засічок професора А. І. Дурнева.
5. Метод чотирикутників без діагоналей професора Зубрицького.
6. Основні показники мереж триангуляції, полігонометрії, трилатерації.
7. Основні показники висотних мереж.

## **Лекція 2 . Проектування і рекогностування геодезичних мереж.**

### **План лекції.**

- 2.1. Проектування геодезичних мереж.
- 2.2. Рекогностування мереж .
- 2.3. Геодезичні знаки і центри .
- 2.4. Розрахунок висот знаків .

### **Викладання матеріалу**

#### **2.1. Проектування геодезичних мереж .**

Геодезичні мережі будуються по технічним проектам , які розробляються у відповідності з " Основними положеннями " і діючою " Інструкцією про побудову державної геодезичної мережі " . Складанню технічного проекту передуює ряд підготовчих робіт :

- вивчення технічного завдання на проектування геодезичної мережі і додаткових вимог , які повинні бути виконані при її створенні ;
- вивчення району робіт в топографічно-геодезичному і картографічному відношеннях;
- детальне вивчення фізико-географічних і економічних умов району робіт;
- вивчення доріжних умов району і гідрографії , встановлення



наявності будівельних матеріалів для побудови знаків , можливості аренди транспортних засобів , найму робочої сили і т. п. Район робіт вивчають , використовуючи топографічні і спеціальні карти, різні літературні джерела, звіти про виконані роботи в даному районі.

Для детального вивчення району робіт проводять виїзди спеціалістів на місця для збору необхідних даних і вивченню об'єкту в натурі.

На стадії проектування вибирається метод створення геодезичної мережі ( триангуляція , полігонометрія , трилатерація , несучільні спостереження ), які забезпечують необхідну точність побудови мережі при мінімальних затратах на її створення . Для того , щоб визначити економічну ефективність того чи іншого методу побудови мережі, розробляють відповідний до кожного методу варіант побудови мережі. При цьому складають кошторис затрат , які враховують при виборі найбільш вигідного в економічному відношенні варіанту геодезичної мережі.

Із кількох конкуруючих варіантів вибирають оптимальний , який би забезпечував мінімальні висоти геодезичних знаків . Особливу увагу слід уділити вибору конструкції центрів і обґрунтуванні глибини їх закладки , встановленню довжин сторін мережі, вибору напрямків для азимутальних визначень і вимірюванні базисних сторін з найвищою точністю .

Проектування геодезичних мереж ведеться на картах масштабу 1:100000 і крупніше.

Пункти геодезичної мережі повинні розташовуватись на командних висотах водорозділів місцевості. Це необхідно для забезпечення можливості послідуєчого розвитку мережі в будь-якому напрямку . На топографічній карті виділяють синім кольором гідрографію і коричневим водорозділи : головні , які лежать між найбільш крупними річками , водорозділи 2-го порядку , розташовані між притоками крупних річок ( 20-40 км ), і 3-го порядку між водорозділами 2-го порядку (6-15 км).

Проектування мереж починають з нанесення на карти існуючих пунктів попередніх геодезичних побудов . Пункти 1-го класу розташовують на командних вершинах головних водорозділів і нерідко водорозділів 2-го порядку. Пункти 2-го класу розташовують на висотах водорозділів 2-го і 3-го порядку . Пункти 3-го і 4-го класу проектують у відповідності зі встановленою нормою густоти пунктів .

Таблиця 2.1. Норма густоти пунктів

Масштаб топографічного знімання	Один пункт на кв. км.
1:25000-1:10000	50-60
1:5000	20-30
1:2000	5-15

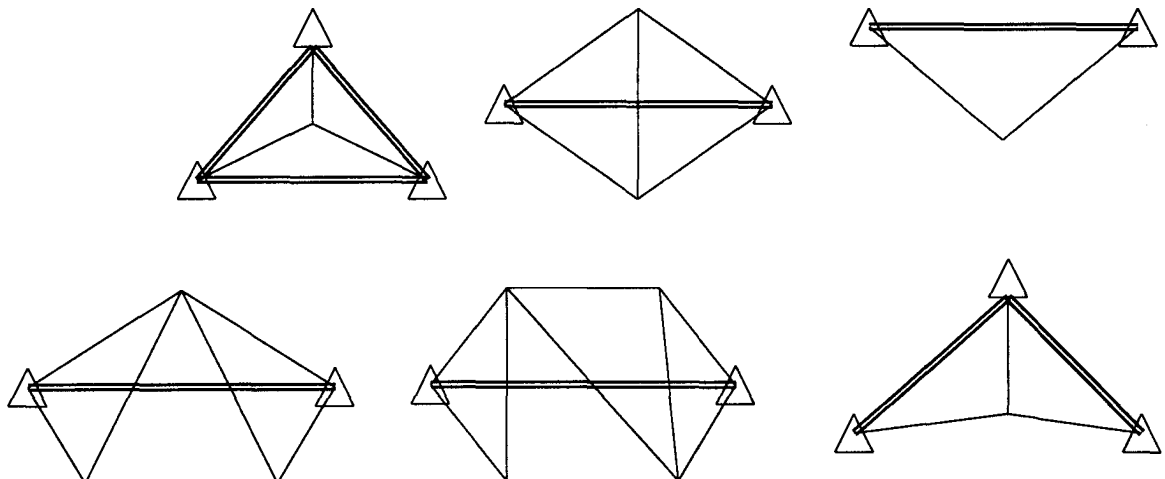
У труднодоступних районах норма густоти може знижуватись , але не більше ніж в 1,5 рази . На території міст з населенням не менше ніж 100000 жителів і площею не менше 50 кв.км. норма густоти складає в середньому 1 пункт на 5-15 кв.км.

Геодезичні мережі проектують окремо по класам : спочатку ряди першого класу , після мережі 2-го класу і, накінець , мережі 3-го і окремо 4-го класів . Проекти рядів і мереж 1 -го і 2-го класів розробляють на картах масштабу 1:100000 , а мереж 3 і 4 класів на картах масштабу 1:25000. Детальну розробку окремих ділянок проекту проводять на картах *більш* крупного масштабу і по аерофотознімкам .

Ряди триангуляції ( лінії полігонометрії ) повинні пересікатися у вершинах полігонів по можливості під прямими кутами . Довжини ланок повинні бути не більше 200 км .Обернена вага останньої зв'язуючої сторони ланки ( обернена вага ланки ) допускається не більше 100 одиниць шостого знаку логарифма.

Якщо у ланках триангуляції 1 класу число трикутників більше 20 , то в середині ланки виміряють проміжну базисну сторону , а на її кінцях визначають пункти Лапласа . В мережах полігонометрії 1 класу , у яких число сторін більше 10 , визначають пункти Лапласа на кінцях сторони в середині ланки . Державні геодезичні мережі 2 класу будують у вигляді системи трикутників,суцільно заповнюючих полігони 1 класу . Прив'язку пунктів 2 класу виконують до сторін рядів триангуляції 1 класу . З метою зниження висот знаків дозволяється виконувати прив'язку тільки до пунктів 1 класу . У вершинах полігонів і в місцях розташування проміжних базисних сторін 1 класу такий спосіб прив'язки не допускається .

Найкращою формою прив'язки , яка забезпечує найкоротший перехід від сторін 1 класу до необхідних по довжині сторонам 2 класу є геодезичний чотирикутник ( з довгою діагоналлю - стороною 1 класу ) і вставка пункта 2 класу в чотирикутник 1 класу .



Мал.2.1. Найбільш поширені схеми прив'язки мереж 2 класу до рядів триангуляції 1 класу.

При створенні геодезичної мережі 2 класу методом полігонометрії ходи повинні бути витягнутими . Схема мережі в кожному конкретному випадку розробляється окремо .

Мережі триангуляції 3 класу проектують у вигляді систем трикутників , жорстко зв'язаних зі сторонами трикутників 2 класу . В кожній окремій системі допускається від 1 до 10 пунктів 3 класу .

Мережі триангуляції 4 класу проектуються у тих випадках , коли геодезичну основу створюють для топографічних зніманих масштабу 1:5000 і крупніше . При цьому керуються тими ж правилами , що і при проектуванні мереж 3 класу .

Типові схеми згущення мережі 2 класу пунктами триангуляції 3 і 4 класів показані у лекції 1 .

Полігонометрію 3 і 4 класів проектують у вигляді систем ходів або у вигляді одиночних ходів , які опираються на пункти вищих класів ( див.лекцію 1 ) . При цьому між вузловими пунктами допускають не більше двох точок повороту ходу .

Для послаблення впливу зовнішнього середовища на результати кутових і лінійних вимірів необхідно , щоб візирні промені в триангуляції і полігонометрії 1 класу проходили над перешкодами місцевості не нижче 4-6 м . В мережах 2-4 класів повинна забезпечуватися взаємна видимість по лінії .

До технічного проекту додають пояснюючу записку , в якій дають його науково-технічне обґрунтування по всім аспектам .

## **2.2. Рекогностування мереж.**

Для перевірки проекту геодезичної мережі , складеного в камеральних умовах виконують рекогностування геодезичних пунктів . Основними задачами рекогностування є :

- 1) вибір кінцевого місця положення кожного пункту на місцевості, тобто уточнення схеми проектуємої мережі;
- 2) кінцевий розрахунок висот геодезичних знаків , які встановлюються на пунктах;
- 3) вибір типів знаків , підземних центрів і визначення глибини їх закладки ;
- 4) уточнення даних , на основі яких при проектуванні були вирішені питання організації робіт і складена кошторисна частина проекту.

Не можна встановлювати пункти поблизу інженерних споруд і жилих будинків , залізничних і автомобільних доріг , ліній високої напруги і т.п., в місцях де не може бути забезпечене довготривале їх збереження ( знаків і підземних центрів ) .

Одночасно з вибором місця для пункту намічають місця для орієнтирних пунктів , а також для астрономічних стовпів на пунктах Лапласа.

Відрекогностовані пункти позначають на місцевості курганами , віхами або стовпами , затесаними на ближніх деревах з написами на цих затесах і т.п.

Методи рекогностування можна підрозділити на дві групи : візуальні і інструментальні.

Візуальні методи використовуються при наявності оптичної видимості між пунктами , наприклад , у відкритій і напіввідкритій місцевості, де видимість між пунктами встановлюється із землі за допомогою бінокля або теодоліта і знаходження місця пункту не визиває труднощів . Якщо немає видимості із землі, її можна добитися шляхом установки на пунктах віх , телескопічних щогол , спеціальних рекогностувальних драбин і других пристроїв . В деяких випадках можна встановити видимість , піднімаючись на дерева або місцеві предмети .

При наявності прямої видимості між пунктами висоти геодезичних знаків визначають шляхом безпосереднього вимірювання тієї висоти , з якої відкривається видимість по всім напрямкам на навколишні пункти , які необхідно спостерігати .

Інструментальні методи рекогностування приміняють тоді, коли шляхом візуальних спостережень не вдається встановити видимість між наміченими пунктами і визначитися на місцевості. Такі умови можуть бути у лісовій і пагорбистій місцевості, відкритій рівнинній місцевості з недостатнім числом орієнтирів . При цьому місця положення запроектованих пунктів , перевищення між поміхами і пунктами визначають шляхом проложення висотно-теодолітних або мензульних ходів , геодезичних засічок , тригонометричного та барометричного нівелювання і т.п.

В ході рекогностування збирають дані, необхідні для успішної організації робіт по будівництву знаків і закладці центрів , високоточним астрономо-геодезичним вимірам : вказують зручні під'їзди до пунктів ; можливі місця заготовки лісу і будівельних матеріалів , джерела питної води , можливі місця вертольотних площадок , льотно-посадочних полос в районі робіт і т.п.

В організаційному відношенні рекогностування може виконуватися або до початку будівництва знаків , або сумісно з будівництвом . Перша схема організації робіт може примінятися у відкритій рівнинній , пагорбистій і гірській місцевості, де визначення висот знаків і встановлення видимості між пунктами виконують візуальними методами .

Друга схема організації рекогностування сумісно з побудовою є більш прогресивною , тому що побудовані знаки широко використовуються при рекогностуванні, дозволяючи оперативну усувати неточності в

розрахунках висоти вже побудованих знаків , шляхом коректування висот наступних знаків ; виключаються випадки появи невидимості по спостерігаємим напрямкам , підвищується якість рекогностування і побудови знаків .

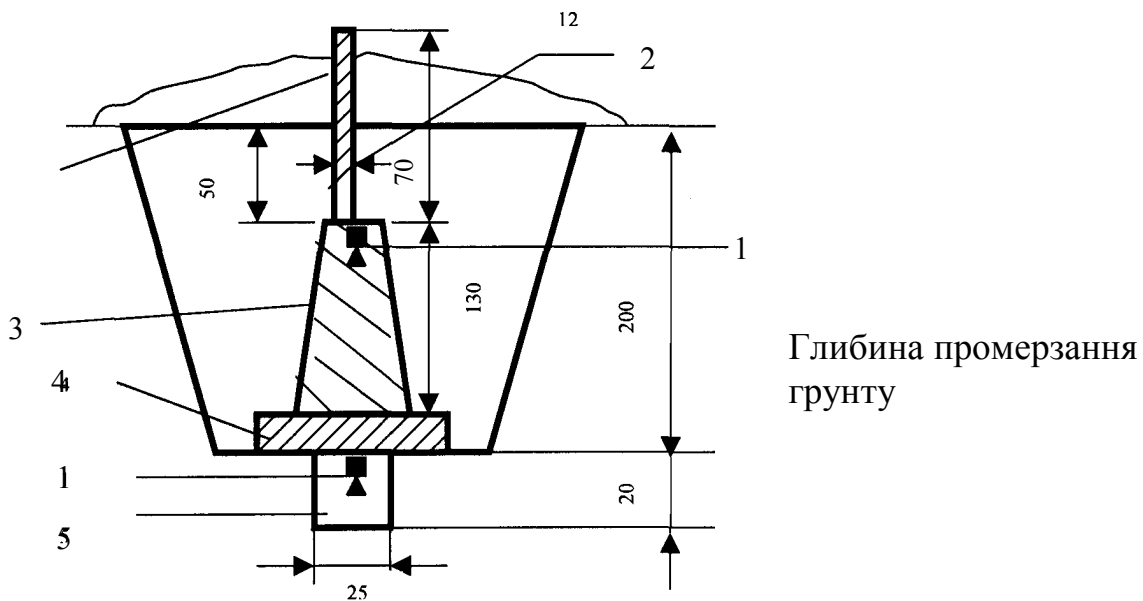
Основним документом є рекогностувальний журнал .

### 2.3. Геодезичні знаки і центри .

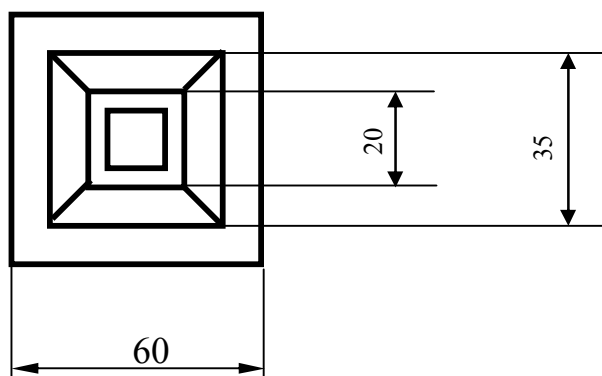
Геодезичні центри і знаки є споруди при допомозі яких закріплюють на місцевості пункти геодезичної мережі.

Геодезичний центр - бетонна споруда з чотирьох монолітів

•Верхній моноліт - розпізнавальний стовп , наступний - основний моноліт , що має марку . Точне положення пункту визначається чугунними марками , вмонтованими у верхні грані нижнього і верхнього монолітів і розташованими на одній прямовисній лінії . Існують різні типи центрів в залежності від глибини промерзання і характеру ґрунту . На мал. 2.2. показаний центр для районів неглибокого (до 1,5 м ) промерзання ґрунту .



Мал.2.2



Центри Мал. 2.2. Центр геодезичного пункту

- 1- марка;
- 2- розпізнавальний стовп ;
- 3- верхній моноліт;
- 4- основа;
- 5- нижній моноліт.

Центри геодезичних пунктів є носіями координат . Тому центри повинні бути так надійно закріплені на місцевості , щоб було забезпечено їх збереження і стабільність положення в плані і по висоті протягом тривалого часу . Якщо центр змінить своє положення по тим чи іншим причинам , або не збережеться , то пункт з таким центром втратить своє значення . Глибина закладки центра повинна бути такою , щоб його основа була на 0,5 м нижче межі найбільшого промерзання ґрунту .

Зовнішня частина називається геодезичним знаком і представляє собою споруду для встановлення візирної цілі і підйому вимірювальних приладів на потрібну висоту над землею .

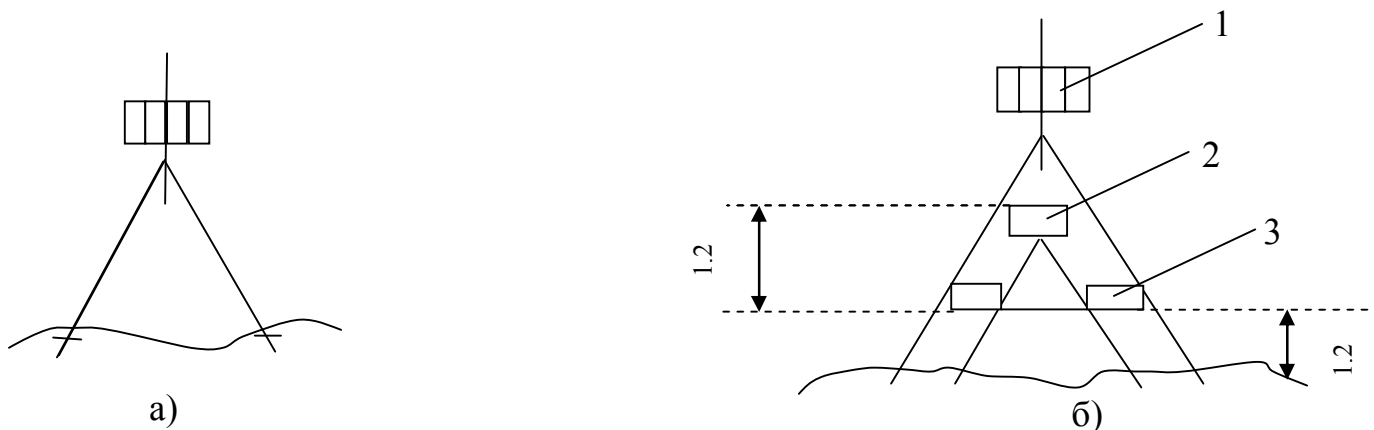
Типи знаків . В геодезичних мережах використовують знаки різних конструкцій : тур , проста піраміда , піраміда зі штативом , простий сигнал , складний сигнал . Вибір типу знаку залежить від висоти , на яку необхідно підняти над землею прилад для виконання геодезичних вимірів .

Тури будують у гірських районах , в тих випадках , коли видимість по всім напрямкам відкривається з землі. Якщо нема можливості поставити над туром ( камінним стовпом ) піраміду , візирний циліндр встановлюють безпосередньо на тур за допомогою спеціального кріплення . Візирний циліндр знімають при проведенні спостережень , а після встановлюють на попереднє місце .

Прості піраміди будують , коли на сусідні пункти є видимість з землі. Коли прилад потрібно підняти на висоту 2-3 м над землею , будують піраміду з ізолюваним від неї постійним штативом і візирним циліндром 1 . Штатив 2 встановлюють у ґрунт , а площадку для спостереження 3

кріплять до стовпів піраміди , ізолюючи її від штатива .

На пунктах державної геодезичної мережі будують чотиригранні піраміди висотою 5-8 м , як дерев'яні, так і металічні.



Мал. 2.3. а) проста піраміда ; б) проста піраміда з постійним штативом .

Прості сигнали будують у тих випадках , коли для виконання спостережень теодоліт або віддалемір необхідно підняти над землею на висоту від 4 до 10м. Простий сигнал будують із двох ізольованих одна від другої пірамід : зовнішньої , несучої візирний циліндр і площадку для спостережень , і внутрішньої , яка несе столик для встановлення приладу . Внутрішня піраміда простого сигналу будується тригранною , зовнішня , як правило , чотиригранною . Довжина сторони квадрату основи зовнішньої піраміди дорівнює  $1/5$  висоти до площадки спостерігача плюс 2 м .

Прості сигнали можуть бути дерев'яними або металічними , постійними або розбірними . Розбірні знаки при спостереженнях перевозять з одного пункту на другий і приміняють в районах з благоприємними транспортними умовами .

Складні сигнали будують тоді, коли геодезичний прилад необхідно підняти над землею на висоту від 11 до 40 м . Складний сигнал відрізняється по конструкції від простого тим , що його внутрішня піраміда зі столиком для установки приладу опирається не на землю , а на основні стовпи сигналу на віддалі 6 м від площадки для спостерігача . Складні сигнали в останній час будували тригранної конструкції , що дозволяло виконувати складання їх на землі і встановлювати у повністю завершеному вигляді.

Довжина сторони трикутника , який лежить в основі складного сигналу , приймається рівною  $1/4$  його висоті до площадки спостереження плюс 2 м . Візирні цілі геодезичних знаків будують у вигляді малофазних циліндрів з радіально направленими пластинами і мають в мережах 1 класу висоту циліндра 1,0 м , а діаметр 0,5 м ; у мережах 2,3 і 4 класів - висота візирного циліндра 0,6 м , діаметр 0,3 м .

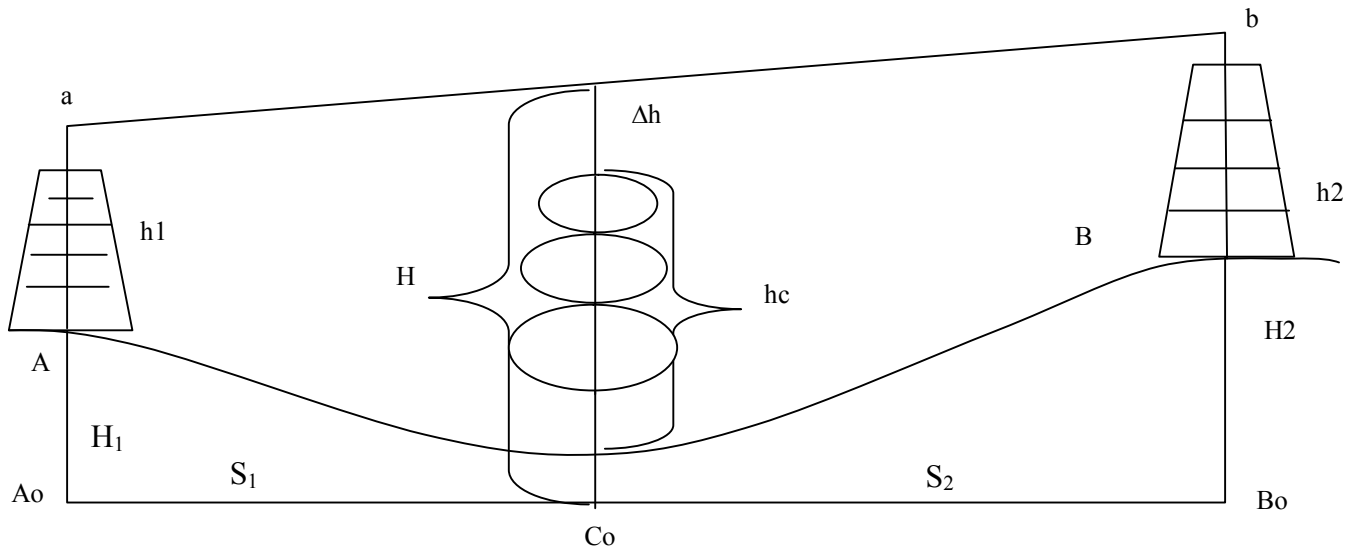
Геодезичні знаки як інженерні споруди повинні задовольняти

ряду вимог для забезпечення високої точності геодезичних вимірів і безпечно їх виконання . Геодезичний сигнал повинен бути міцним , жорстким , стійким , не деформуватися під дією постійних навантажень ( маса сигналу ) і непостійних ( натиск вітру , масу приладів і т.п.). Міцність забезпечується в результаті підбору відповідного будівельного матеріалу згідно конструктивним розрахункам , точного виконання будівельних робіт , правильного вибору місця для встановлення знака і т.п.



## 2.4. Розрахунок висот знаків .

Розрахунок висот знаків над землею виконують для забезпечення видимості між пунктами по сторонам геодезичної мережі. Для цього необхідно мати карту масштабу 1:100 000 або крупніше .



По карті визначаються абсолютні висоти поверхні землі:  $H_1$  і  $H_2$  на пунктах А і В і  $H_c$  - в точці С. Рекогностуванням визначають висоту  $h_c$  перешкоди і після підраховують абсолютну висоту  $H$  візирного променя на вертикалі перешкоди.

$$H = H_c + h_c + \Delta h , \quad (2.4.1)$$

де  $\Delta h$  - встановлена інструкціями по виконанню робіт висота візирного променя над перешкодою. Залежність між висотами знаків  $A_a = h_1$  і  $B_b = h_2$ , при яких відкривається відимість між точками а і b, виражається формулою:

$$h_2 = N - \frac{S_2}{S_1} \cdot h_1 \quad (2.4.2)$$

$$\text{де } N = \frac{S_2}{S_1} (H - H_1 + V_1) + H - H_2 - V_2 \quad (2.4.3)$$

обумовлені кривизною землі і рефракцією величини  $V_1$  і  $V_2$ , виражені в метрах, можна знаходити за формулою:

$$V_{1,2} = 0.067(S_{1,2})^2 \quad (2.4.4)$$

при чому віддалі  $S_1$  і  $S_2$  повинні бути виражені в кілометрах.

За формулою (2.4.2) можна розрахувати висоту знаку в одній з точок А або В, якщо є знак у другій. При необхідності розрахувати знаки в обох точках, можна задатись мінімальною висотою знаку у віддаленій від

перешкоди точці і розрахувати висоту другого знаку за (2.4.2). При цьому сума висот знаків буде мінімальною.

В практиці користуються, також, правилом, щоб висоти знаків були обернено пропорційні віддалям  $S_1$  і  $S_2$ , тобто:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{S_2}{S_1} = m, \quad (2.4.5)$$

При цій умові будемо мати:

$$h_1 = \frac{m}{1+m^2} N, \quad (2.4.6)$$

$$h_2 = \frac{m}{1+m^2} N, \quad (2.4.7)$$

В даному випадку сума висот знаків буде дещо більшою, ніж в першому розрахунку, але висота найбільшого знаку буде меншою.

### **Висновки**

Проектування геодезичних мереж виконується у відповідності до проектного завдання за спеціальними інструкціями.

Рекогностування полягає в перенесенні в натуру проекту геодезичної мережі, виборі місцеположення пунктів, визначенні висот перешкод, типів центрів і т. п. Рекогностування виконують до побудови геодезичних знаків.

#### *Контрольні запитання.*

1. Які підготовчі роботи передують складанню технічного проекту ?
2. Вибір методу створення геодезичної мережі і конкуруючих варіантів.
3. Норма густоти пунктів .
4. Схеми прив'язки мереж .
5. Задачі рекогностування .
6. Геодезичні знаки і центри .
7. Розрахунок висот знаків .

## Лекція 3 . Оцінка точності побудови геодезичних мереж.

### План лекції

- 3.1. Оцінка точності рядів суцільних мереж триангуляції.
- 3.2. Найвигідніша форма трикутників .
- 3.3. Оцінка точності елементів здвоєного ряду рівносторонніх трикутників при зрівноваженні по кутам за умови фігур , полюсів, горизонту , базисів і азимутів .
- 3.4. Створення локальних прецизійних мереж для забезпечення облікової одиниці площі 1 кв.м.

### Викладення матеріалу .

#### 3.1. Оцінка точності рядів суцільних мереж триангуляції.

Оцінка точності елементів суцільної мережі триангуляції, побудованої із рівносторонніх трикутників при зрівноваженні по кутам за умови фігур , горизонтів і полюса ( вільних мереж ) виконують за формулами К.П.Проворова.

Для ряду триангуляції, виділеного із мережі з N трикутниками між вихідними сторонами ( з вихідними базисами і азимутами ) і п трикутниками від вихідної сторони до визначаємо!! , середня квадратична похибка логарифма сторони :

$$m_{lg.S_n} = 0.63\mu^n \sqrt{n-1+10t_{(n)}} \quad , \quad (3.1)$$

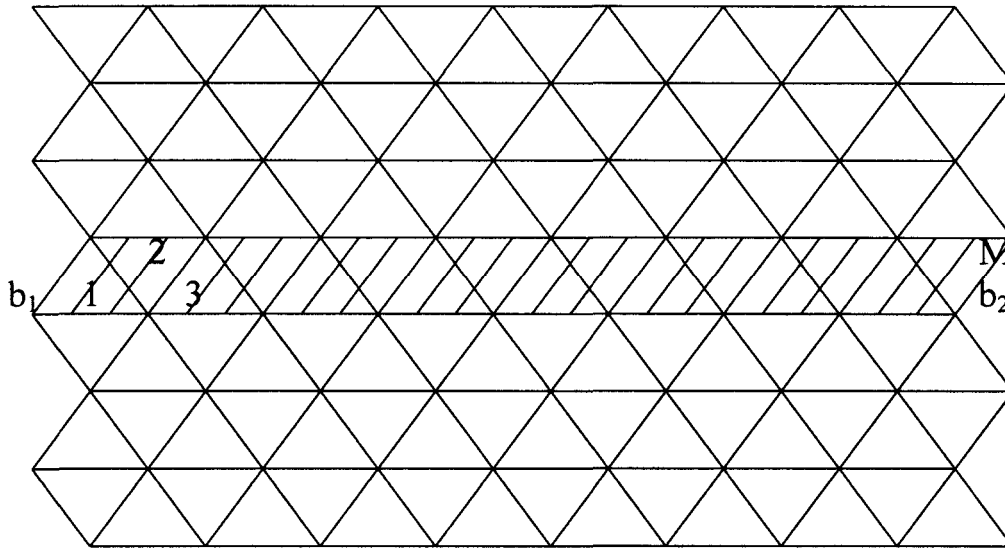
середня квадратична похибка азимута сторони:

$$m_{\alpha_m} = 0.3\mu^n \sqrt{n-1+10t_{(n)}} \quad , \quad (3.2)$$

В цих формулах  $t_{(n)} = (1/2)^{n/2} - (1/2)^{n+1}$  для зручності підрахунків величини  $t_{(n)}$  тубальовані.

Таблиця 3.1

n	t(n)		n	t(n)
1	0,457		11	0,022
2	0,375		12	0,016
3	0,291		13	0,011
4	0,219		14	0,008
5	0,161		15	0,006
6	0,117		16	0,004
7	0,084		17	0,003
8	0,060		18	0,002
9	0,043		19	0,002
10	0,031		20	0,001



Мал 3.1. Суцільна мережа триангуляції. Середні квадратичні значення поздовжніх і поперечних зсувів :

$$m_L = m_q = \frac{L}{\rho''} m_T'' \quad , \quad (3.3)$$

де  $L$  - діагональ виділеного із мережі ряду трикутників

$m_T$  - середня квадратична похибка азимута діагоналі вибраного ряду ,  
рівна:

$$m_T'' = \mu'' \sqrt{\frac{n^2 - 3n + 50}{45n}} \quad , \quad (3.4)$$

Сумарна похибка і положення пункту буде :

$$u = \sqrt{m_L^2 + m_q^2} \quad , \quad (3.5)$$

### 3.2. Найвигідніша форма трикутників .

При дослідженні найвигіднішої форми трикутників необхідно врахувати наступні умови :

- 1) люба сторона трикутника вищого класу може бути вихідною стороною для триангуляції нижчого класу , тому точність визначення зв'язуючої і проміжної сторін повинна бути однаковою;
- 2) величина  $1/\rho$  трикутника повинна бути найменшою ;
- 3) необхідно забезпечити найбільш точне визначення положення пунктів на всій території , де розвивається триангуляція , для чого необхідно по можливості зменшувати загальне число трикутників ;
- 4) форма трикутників повинна сприяти нормальному розвитку ряду (мережі) в різних фізико-географічних умовах .

Перші дві умови об'єднаємо . Для того , щоб проміжна і зв'язуюча сторони n-го трикутника визначались з однаковою точністю , необхідно забезпечити рівність :

$$m_{lg a_n} = m_{lg C_n} \quad , \quad (3.6)$$

Середні квадратичні похибки логарифма зв'язуючої сторони  $a_n$  і проміжної сторони  $c_n$  розраховуються за формулами :

$$m_{lg a_n} = \sqrt{m_{lg b}^2 + \frac{2}{3} m^n \sum_l^n (\delta_{A_k}^2 + \delta_{B_k}^2 + \delta_{A_k} \cdot \delta_{B_k})} \quad , \quad (3.7)$$

$$m_{lg a_n} = \sqrt{m_{lg b}^2 + \frac{2}{3} m^{n^2} \sum_l^{n-1} (\delta_{A_k}^2 + \delta_{B_k}^2 + \delta_{A_k} \cdot \delta_{B_k}^2) + \delta_{C_k}^2 + \delta_{B_k}^2 + \delta_{C_k} \cdot \delta_{B_k}} \quad (3.8)$$

підставляючи (3.7) , (3.8) у (3.6), отримаємо :

$$\sum_l^n (\delta_A^2 + \delta_B^2 + \delta_A \cdot \delta_B) = \sum_l^{n-1} (\delta_A^2 + \delta_B^2 + \delta_A \cdot \delta_B) + \delta_{C_n}^2 + \delta_{B_n}^2 + \delta_{C_n} \cdot \delta_{B_n}$$

тобто

$$\delta_{A_n}^2 + \delta_{A_n} \delta_{B_n} + \delta_{B_n}^2 = \delta_{C_n}^2 + \delta_{C_n} + \delta_{B_n} + \delta_{B_n}^2 \quad ,$$

звідки

$$\delta_{A_n}^2 + \delta_{A_n} \delta_{B_n} = \delta_{C_n}^2 + \delta_{C_n} \delta_{B_n} \quad (3.9)$$

Замінюючи в цьому рівнянні величини  $\delta$  їх значеннями з виразу:

$$\delta_{A_n} = \frac{M}{\rho^n} ctg A \quad , \quad (3.10)$$

і поділивши ліву і праву частини рівності на  $\frac{M}{\rho^n}$  , отримаємо:

$$ctg^2 A_n + ctg A_n ctg B_n = ctg^2 C_n + ctg C_n ctg B_n \quad .$$

Така рівність можлива, якщо:

$$ctg A_n = ctg C_n$$

і тому

$$A_n = C_n \quad (3.11)$$

Тобто трикутники ряду повинні бути рівнобедреними з рівними кутами при вершинах А і С . При цьому кути В в трикутниках повинні задовольняти рівності :  $B_k = 180^\circ - 2A_k$

Величина оберненої ваги сторони для трикутника :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2}{3} (\delta_A^2 + \delta_A \delta_B + \delta_B^2) = \frac{2}{3} \frac{M^2}{\rho^{n^2}} (ctg^2 A + ctg A \cdot ctg B + ctg^2 B) \quad .$$

Замінюючи в цій формулі кут В через  $180^\circ - 2A$  , отримаємо :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2}{3} \frac{M^2}{\rho^{n^2}} (ctg^2 A - ctg A \cdot ctg 2A + ctg^2 2A) \quad (3.12)$$

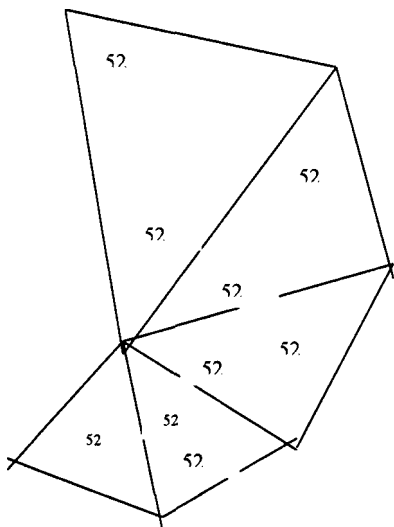
Необхідно знайти значення кута А , при якому функція  $1/\rho$  буде мінімальною .

Рішаючи цю задачу за правилами диференційного числення , знаходимо для кута  $A$  значення  $52^{\circ}46'$ . Таким чином , якщо трикутники ряду мають кути  $A = 52^{\circ}46'$  ;  $C = 52^{\circ}46'$  ;  $B = 74^{\circ}28'$  , то всі їх сторони визначаються з однаковою і найменшою похибкою .

Величина  $1/p$  для такого трикутника рівна 2,5 одиниці шостого знаку логарифма.

Третя умова зменшення загального числа трикутників краще всього виконується при рівносторонніх трикутниках , тому що при одному і тому ж периметрі вони мають найбільшу площу в порівнянні з трикутниками будь-якої другої форми . Величина  $1/p$  для рівностороннього трикутника рівна 2,9 одиниці шостого знаку логарифму .

Розглянемо тепер останню умову . Рельєф місцевості часто створює труднощі для нормального прокладення тріангуляції в потрібному напрямку . Тому фактичні трикутники в загальному випадку не будуть задовольняти оптимальним умовам , але в сукупності доцільно підібрані трикутники можуть дозволити розвинути мережу з найменшим збільшенням величини  $1/p$  і з більшими перевагами по відношенню до місцерозташування пунктів , висоти сигналів і збереження загального напрямку тріангуляції.



Мал. 3.2. найвигідніша форма трикутників

#### Висновки.

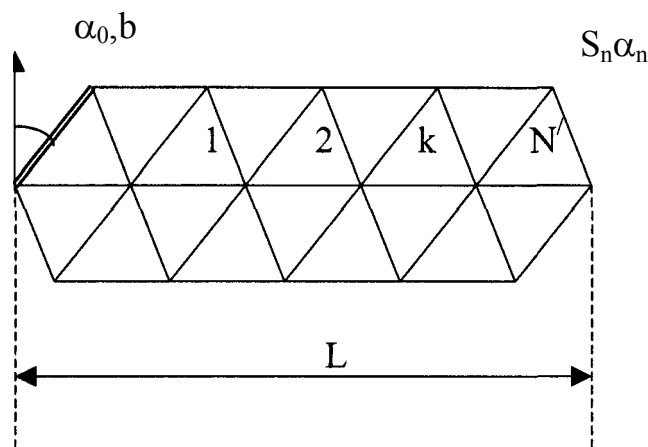
1. Якщо виходити із умови , що всі сторони трикутників були визначені з однаковою найменшою похибкою , то розміри трикутників будуть зменшуватись і ряд не буде мати прямолінійного напрямку.
2. При рівносторонніх трикутниках площі їх зберігаються і добре витримується прямолінійність напрямлення ряду.

3. Так , як різниця у величинах  $1/p$  незначна , то без врахування особливостей рельєфу слід признати найбільш вигідним рівносторонній трикутник.

4. В конкретних умовах виробництва слід брати до уваги не один , а групу суміжних трикутників .

5. Згідно Інструкції про побудову державної геодезичної мережі, кути в трикутниках тріангуляції 1 класу повинні бути не менші 40°, в геодезичних чотирикутниках і центральних системах - не менше 30°, а мережах тріангуляції 2-4 класів в окремих випадках допускається величина кута 20° .

### 3.3. Оцінка точності елементів зведеного ряду рівносторонніх трикутників при зрівноваженні по кутам за умови фігур , полюсів , горизонту , базисів і азимутів .



Мал. 3.3.  
Зведений ряд  
тріангуляції

На мал. 3.3. зображений зведений ряд тріангуляції , де  $b, \alpha_0$  вихідна сторона і її азимут ;  $S_n$ - визначаема сторона і її азимут  $\alpha$  ;  $N'$  - число всіх центральних систем , які складають ряд ;  $k$ - число центральних систем , які відділяють оцінюєму сторону від вихідної ;  $\mu$  - середня квадратична похибка вимірюного кута ;  $n$ - число трикутників , необхідне для визначення шуканої сторони .

За формулами А.В.Заводовського середня квадратична похибка логарифма сторони  $K$ -ої центральної системи :

$$m_{\lg S_k}^2 = 3\mu^{n^2} \left\{ k + 1,3 - \frac{(k+1)^2}{N'+1,4} \right\} \quad (3.13.)$$

Відносна похибка сторони  $f_{S \text{ відн.}}$  :

$$f_{S \text{ відн.}} = \frac{m_S}{S} = \frac{m_{\lg S}}{430000} \quad (3.14)$$

Середня квадратична похибка азимута сторони к-ої центральної системи :

$$m_{\alpha}^2 = \mu^{n^2} \left\{ 0,67k + 0,75 - \frac{(0,67k + 0,60)^2}{0,67N' + 1} \right\}. \quad (3.15)$$

Середнє квадратичне значення поздовжнього зсуву :

$$m_L^2 = \frac{\mu^{n^2} L^2}{\rho^{n^2}} \left\{ \frac{2k^2 + 1,24k + 2,25}{9k} - \frac{k^2 + 0,83k + 0,17}{6k + 2,5} - \frac{50k + 57}{100k^2} \right\} \quad (3.16)$$

де к-число проміжних сторін , діагональ  $L = Sk$ .

Середнє квадратичне значення поперечного зсуву :

$$m_q^2 = \frac{\mu^{n^2} L^2}{\rho^{n^2}} \left\{ \frac{(k+2)(k+1)}{12k} - \frac{36k^2 + 68k + 66}{500k} - \frac{322}{250k^2} \right\} \quad (3.17)$$

Формула (3.17.) виведена за умови зрівноваження по напрямкам . Точність передачі довжин і азимутів у подвійному ряді трикутників підвищується в порівнянні з простим рядом приблизно на 30 % .

### **3.4. Створення локальних прецизійних мереж для забезпечення облікової одиниці площі 1 кв.м.**

Положення по земельно- кадастровій інвентаризації земель населених пунктів регламентує облікову одиницю площі в містах республіканського і обласного значення , рівну 1 кв.м., для садово-огородніх товариств 2,5 кв.м., у містах районного підпорядкування і селищах 15 кв.м., у селах 100 кв.м.

У зв'язку цим виникає задача забезпечення інвентаризації земель геодезичними роботами відповідної точності. На жаль , та точність традиційних геодезичних робіт , які забезпечують топографічне знімання відповідного масштабу , не забезпечить регламентованої облікової одиниці площі.

Точність координат пунктів державної геодезичної мережі на території обласного центру у кращому випадку складає 5 см . Для квадрату 100x100м, отримаємо при  $m_A = 0,05м$  ,  $m_F = 100,05 \cdot 100,05 = 10010,00$  кв.м.

Таким чином , для забезпечення точності визначення площі квадрату 1 кв.м., необхідно визначити його сторони з точністю 5 мм , тобто точність координат опорних пунктів необхідно визначити з точністю 1-5 мм . Для цього на територію обласного міста проектується прецизійна мережа у місцевій системі координат у вигляді центральної системи . Пункти передбачається закріплювати на дахах висотних будинків . Проектується схема мережі на топографічній карті масштабу 1:10000 . Кути вимірюються



транспортом і три рази проводиться зрівноваження для побудови істинної моделі, у якій задовільняються всі умовні рівняння .

Генеруються середні квадратичні похибки  $0,4''$ , які відповідають точності вимірювання кутів у полігонометрії 1 класу і  $0,7''$ , що відповідає точності вимірювання кутів у триангуляції 1 класу .

Проводиться строге зрівноваження з оцінкою точності результатів .  
Дається порівняльний аналіз з елементами істинної моделі.

### **Висновки.**

Для побудови геодезичних мереж необхідно попередньо провести апріорну оцінку точності елементів мережі.

В суцільних мережах триангуляції слід вирахувати середні квадратичні похибки логарифма сторони , азимута сторони , поздовжній і поперечний зсуви і сумарну похибку положення пункту .

При проектуванні мереж необхідно , щоб форма трикутників триангуляції була близькою до рівносторонніх .

Для забезпечення облікової одиниці площі 1 кв.м. на території обласних центрів пропонується будувати прецизійні мережі з точністю визначення координат пунктів 1-5 мм .

При проектуванні центральної системи прецизійної триангуляції попередній розрахунок точності елементів робиться на основі формул для апріорного розрахунку точності елементів зведеного ряду .

### *Контрольні запитання.*

1. Дайте обґрунтування формули середньої квадратичної похибки логарифма сторони і відносної похибки визначення сторони суцільної мережі триангуляції .
2. Дайте обґрунтування формули середньої квадратичної похибки азимута сторони суцільної мережі триангуляції .
3. Привести формулу поздовжнього і поперечного зсуву суцільної мережі триангуляції і взаємного положення пункту в цілому.
4. Дослідити найвигіднішу форму трикутників триангуляції .
5. Дайте обґрунтування середньої квадратичної похибки логарифма сторони і відносної похибки визначення сторони .
6. Дайте обґрунтування формули середньої квадратичної похибки азимута сторони зведеного ряду .
7. Привести формулу середнього квадратичного значення поздовжнього зсуву зведеного ряду .
8. Привести формулу середнього квадратичного значення

поперечного зсуву здвоєного ряду .

## Лекція 4 . Оцінка точності рядів і мереж трилатерації і лінійно-кутових мереж.

План лекції.

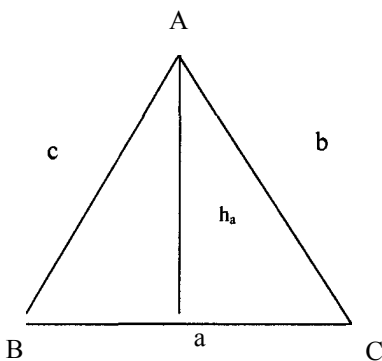
4.1. Оцінка точності рядів і мереж трилатерації .

4.2. Оцінка точності рядів і мереж лінійно-кутових

4.3. Оцінка точності елементів ланки полігонометрії 1 класу.

4.1. Оцінка точності рядів і мереж трилатерації . 4.1.1.

Точність визначення кутів у трикутнику з вимірними сторонами .



У трикутнику ABC з вимірними сторонами a, b, c середня квадратична похибка любого кута , наприклад A , розрахованого за теоремою косинусів , може бути найдена за формулою :

$$m_A^2 = \frac{\rho''^2}{h_A^2} (m_a^2 + m_b^2 \cos^2 C + m_c^2 \cos^2 B), \quad (4.1)$$

де  $h_A$  = висота трикутника , яка буде :

$$h_A = c \sin B = b \sin C \quad (4.2)$$

де  $m_a, m_b, m_c$  - середні квадратичні похибки вимірювання сторін .

У рівносторонньому трикутнику ( $a=b=c=s$ ) при рівноточних вимірах довжин сторін  $m_a=m_b=m_c=m_s$  середня квадратична похибка визначення любого кута  $\beta=A,B,C$  рівна :

$$m_\beta = \left( \frac{m_s}{S} \right) \rho'' \sqrt{2} \quad (4.3)$$

### 4.1.2. Оцінка точності елементів ряду трилатерації.

Для оцінки точності елементів ряду трилатерації використовують формули С.А.Бутлера для рівносторонніх трикутників , зрівноважених за умови азимутів , визначених на обох кінцях ряду :

- середня квадратична похибка азимута зв'язуючої сторони ряду

$$m_{\alpha k} = \sqrt{\frac{m_A^2}{2} + \frac{4}{3} \cdot \frac{m_S^2}{S^2} \rho''^2 \frac{(N-k)k}{N}}; \quad (4.4)$$

- поздовжній зсув ряду :

$$m_L = \frac{m_S}{2} \sqrt{\frac{N^2 - 1}{N}} \quad (4.5)$$

- поперечний зсув ряду :

$$m_q = \sqrt{\frac{L^2}{2\rho''^2} m_A^2 + \frac{N-1}{36} (N^2 + N + 48) m_S^2} \quad (4.6)$$

де N- число трикутників в ряді;

S- довжина сторони трикутника;

k- номер трикутника;

L - довжина діагоналі ряду ;

$m_S, m_A$  - середні квадратичні похибки вимірювання сторін і азимутів

відповідно.

Так , при  $L = 176\text{км}$  ,  $S = 22\text{км}$  ,  $N = 16$  ,  $\kappa = 8$  ,  $m_A = 1,1''$  ;

$m_{S/S} = 1:300000$  , отримаємо :

$$m_{\alpha k} = 1,8''; m_L = 0,15\text{м}; m_q = 1,08\text{м}; m_L:L = 1:173000;$$

$$m_{A_L} = 1,3''; M = 1,09 \text{ м.}$$

При цьому :

$$m''_{A_L} = \frac{m_q}{L} \rho'' \quad (4.7)$$

$$M = \sqrt{m_L^2 + m_q^2} \quad (4.8)$$

#### 4.1.3. Оцінка точності елементів суцільної мережі трилатерації.

Для оцінки точності елементів суцільної мережі трилатерації із рівносторонніх трикутників , зрівноваженої за умови центральних систем і азимутів , за формулами професора К.Л.Проворова поздовжній зсув кінця сторони :

$$m_t = 0,83m_S \quad (4.9)$$

поперечний зсув кінця сторони :

$$m_q = 1,20m_S \quad (4.10)$$

загальний зсув кінцевої точки сторони відносно її початку :

$$u = \sqrt{m_t^2 + m_q^2} = 1,43m_S \quad (4.11)$$

похибка зрівноваженого кута трикутника :

$$m_\beta = 1,25 \frac{m_S}{S} \rho'' \quad (4.12)$$

Поперечний і поздовжній зсуви кінців сторін у суцільній мережі триангуляції однакові, а в трилатерації поперечний зсув в три рази більше поздовжнього [.., - с.48 ] .

#### 4.2. Оцінка точності рядів і мереж лінійно-кутових .

Якщо в ряді трикутників виміряні як сторони , так і кути , точність визначення окремих елементів ряду підвищується . Нижче приводяться формули К.А.Лапіна , у яких :

$\mu''$  - середня квадратична похибка виміряного кута ;

$m_S$  - середня квадратична похибка виміряної сторони ;

$m'_S$  - середня квадратична похибка зрівноваженого значення

сторони ;

$m_L$  - середнє квадратичне значення поздовжнього зсуву ;

$m_q$  - середнє квадратичне значення поперечного зсуву ;

$S$  - сторона трикутника ;

$n$  - число трикутників ряду ;

$\rho'' = 206265''$

В ряді виміряні всі кути і всі сторони трикутників . Для зв'язуючих сторін:

$$m_{S'}^2 = m_S^2 - \frac{6m_S^4}{9m_S^2 + 2 \frac{S^2}{\rho''^2} \mu''^2}, \quad (4.13)$$

для проміжних сторін :

$$m_{S'}^2 = m_S^2 - \frac{2m_S^4}{3m_S^2 + \frac{S^2}{\rho''^2} \mu''^2}, \quad (4.14)$$

$$m_L = \frac{n+1}{4} m_S^2 + \frac{n}{8} \cdot \frac{S^2}{\rho''^2} \mu''^2 - \frac{3(m_S^4 + \frac{S^2}{\rho''^2} \mu''^2 m_S^2 + \frac{\mu''^4}{4} \cdot \frac{S^4}{\rho''^4})(n-1)}{8(3m_S^2 + \frac{S^2}{\rho''^2} \mu''^2)}, \quad (4.15)$$

$$m_q^2 = \frac{3}{4}(n+1)m_S^2 + \frac{n(n^2-1)}{72} \cdot \frac{S^2}{\rho''^2} \mu''^2 - \frac{108(n-1)m_S^4 - 34(n-1) \frac{S^2}{\rho''^2} \mu''^2 m_S^2 + (n-1) \frac{S^4}{\rho''^4} \mu''^4}{96(3m_S^2 + \frac{S^2}{\rho''^2} \mu''^2)} \quad (4.16)$$

Лінійно-кутові мережі дають найвищу точність .

### 4.3. Оцінка точності елементів ланки полігонометрії 1 класу .

Приймаємо , що полігонометричний хід 1 класу є витягнутим , на його кінцях визначені азимути Лапласа і що він зрівноважений за умови азимутів (дирекційних кутів ) .

Середня квадратична похибка азимута будь-якої сторони ланки обчислюється за формулою :

$$m_{\alpha k} = \sqrt{\frac{m_A^2}{2} + m''^2 \frac{k(n+1-k)}{n+1}}, \quad (4.17)$$

Поздовжній і поперечний зсуви кінцевої точки ланки відносно початкової рівні :

$$m_L = \sqrt{m_S^2 n + m_\sigma^2 n^2}, \quad (4.18)$$

$$m_q = \frac{L}{\rho''} \sqrt{\frac{m_A^2}{2} + m''^2 \frac{n+3}{12}}, \quad (4.19)$$

де  $n$  - число всіх сторін в ланці полігонометрії ;

$k$  - номер сторони ланки ;

$L = nS$  - довжина діагоналі ланки ;

$m''; m_S; m_A$  - відповідно середні квадратичні похибки вимірювання кутів, довжин сторін і азимутів Лапласа ;

$m_\sigma$  - систематична похибка вимірювання віддалей світловіддалеміром через неточне значення швидкості поширення світла в атмосфері

( $m_\sigma \approx S \cdot 10^{-6}$ ).

Так для  $L=176\text{км}$ ;  $S=22\text{км}$ ;  $n=8$ ;  $k=4$ ;

$m''=0,7''$ ;  $m_S : S = 1:300000$  ;  $m_\sigma = S \cdot 10^{-6}$  ;  $m_A = 1,1''$  , Отримаємо :

$m_{\alpha k}=1,3''$ ;  $m_L = 0,27\text{м}$ ;  $m_q = 0,88\text{ м}$ ;  $m_L : L = 1:652000$ ;  $m_{A_L} = 1,0''$ ;  $M = 0,92\text{м}$ .

Критерій витягнутості полігонометричного ходу :

$$\frac{[S]}{L} \leq 1,3 \quad (4.20)$$

віддаль  $\eta'_0$  від вершини ходу до лінії , поведеної через центр ваги паралельно замикаючої ходу :

$$\text{гран. } \eta'_0 = \pm \frac{1}{8} L, \quad (4.21)$$

відхилення сторін ходу від напрямку замикаючої :

$$\alpha'_0 = \pm 24^\circ. \quad (4.22)$$

### **Висновки.**

В рядах і мережах трилатерації поперечні зсуви у декілька раз більше поздовжніх ; це веде до неоднорідності похибок ряду і пред'являє підвищені вимоги до розрахунку необхідної частоти вихідних азимутів . У цьому відношенні ряди і мережі триагуляції вигідно відрізняються від рядів і мереж тилатерації.

Від того наскільки надійно буде встановлено  $P_s = m_H^2 / m_S^2$  - відношення квадратів похибок кутових і лінійних вимірів , залежить достовірність результатів зрівноваження мережі. Тому питанню надійного визначення величини середніх квадратичних похибок  $m$  напр. і  $m_s$  в лінійно-кутовій мережі повинна бути приділена сама серйозна увага як на стадії проектування мережі, так і на стадії постановки і виконання кутових і лінійних вимірів у ній .

### *Контрольні запитання.*

1. Привести формули визначення точності кутів у трикутнику трилатерації.
2. Дати обґрунтування формули середньої квадратичної похибки азимута зв'язуючої сторони ряду трилатерації .
3. Дати обґрунтування формули поздовжнього зсуву ряду трилатерації.
4. Дати обґрунтування формули поперечного зсуву ряду трилатерації.
5. Обґрунтувати формули оцінки точності елементів суцільної мережі трилатерації.
6. Обґрунтувати формули оцінки точності елементів лінійно-кутового ряду .
7. Обґрунтувати формули оцінки точності елементів ланки полігонометрії 1 класу.

## **Лекція 5 . Попередні обчислення в планових геодезичних мережах.**

### План лекції.

- 5.1. Задачі попередніх обчислень .
- 5.2. Попереднє рішення трикутників і обчислення сферичних надлишків .
- 5.3. Складання проекту прецизійної мережі для забезпечення облікової одиниці площі 1 кв.м.
- 5.4. Оцінка точності елементів мережі. 5.5. Дослідження необхідної точності визначення координат пункту

### Викладення матеріалу .

#### **5.1. Задачі попередніх обчислень .**

Перед тим , як приступити до зрівноваження триангуляції необхідно виміряні і зрівноважені на станціях напрямки привести до центрів знаків , редукувати на референц-еліпсоїді , а після на площину в проекції Гаусса-Крюгера . Крім цього , необхідно перевірити , щоб результати вимірів не мали недопустимих похибок і по їх точності відповідають вимогам Інструкції.

У рівнинній місцевості поправки у виміряні напрямки за редукацією до референц-еліпсоїда малі і тому на пунктах 2-4 класів їх не вичисляють . Але в гірській місцевості цими поправками не можна нехтувати .

Вихідні сторони виміряні між центрами знаків і приведені до поверхні референц-еліпсоїда , необхідно також редукувати на площину . Від геодезичних азимутів вихідні сторін , заданих на поверхні референц-еліпсоїда , необхідно перейти до дирекційних кутів на площині.

#### **5.2. Попереднє рішення трикутників і обчислення сферичних надлишків .**

Для того щоб обчислити поправки у виміряні напрямки за центрування теодоліта і редукації візирних цілей необхідно знайти спочатку довжини сторін трикутників . При цьому зразу ж обчислюють їх сферичні надлишки .

При рішенні трикутників доцільно придержуватись наступних рекомендацій :

- виділити на схемі мережі ланку послідовного рішення трикутників і пронумерувати їх по порядку . Трикутники , які не попали в цю ланку , нумеруються і розв'язуються останніми ;

- в кожному трикутнику на першому місці виписується номер вершини того кута , який лежить проти вихідної сторони , служить вихідною при рішенні слідуєчого трикутника ;

- кути виписують округлюючи їх до 10'' , причому так , щоб сума кутів в трикутнику була рівна точно 180° ;

- протилежні кути і сторони трикутника записують построчно . У трикутнику з вимірними кутами А,В,С довжини протилежачих сторін обчислюють за теоремою синусів :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = q \quad (5.1)$$

звідки , прийнявши сторону а за вихідну , знаходять довжини других сторін :

$$b = q \sin B , c = q \sin C . \quad (5.2)$$

Обчислення сторін трикутників починається від вихідної сторони триагуляції . Величина q записується над обчислюємыми сторонами трикутника . Довжина кожної сторони знаходиться шляхом множення величини q на синус протилежного кута . Довжини сторін обчислюють до цілого метра.

Сферичний надлишок трикутника зі сторонами а , b , c визначають за формулою :

$$\varepsilon = f a b \sin C , \quad (5.3)$$

де сторони а , b виражають в кілометрах , а коефіцієнт :

$$f = \frac{\rho''}{2R_m^2} , \quad (5.4)$$

в якому  $\rho'' = 206265$ , а  $R_m$ - середній радіус кривизни поверхні земного еліпсоїда на широті мережі , виражений також в кілометрах . В триангуляції 3-4 класів значення цього коефіцієнта для території бувшого Союзу приймався однаковим і рівним  $f=0,00253$  .

Сферичні надлишки трикутників обчислюють до 0,001'' в триангуляції 1-2 класів і до 0,01'' в триангуляції 3-4 класів .

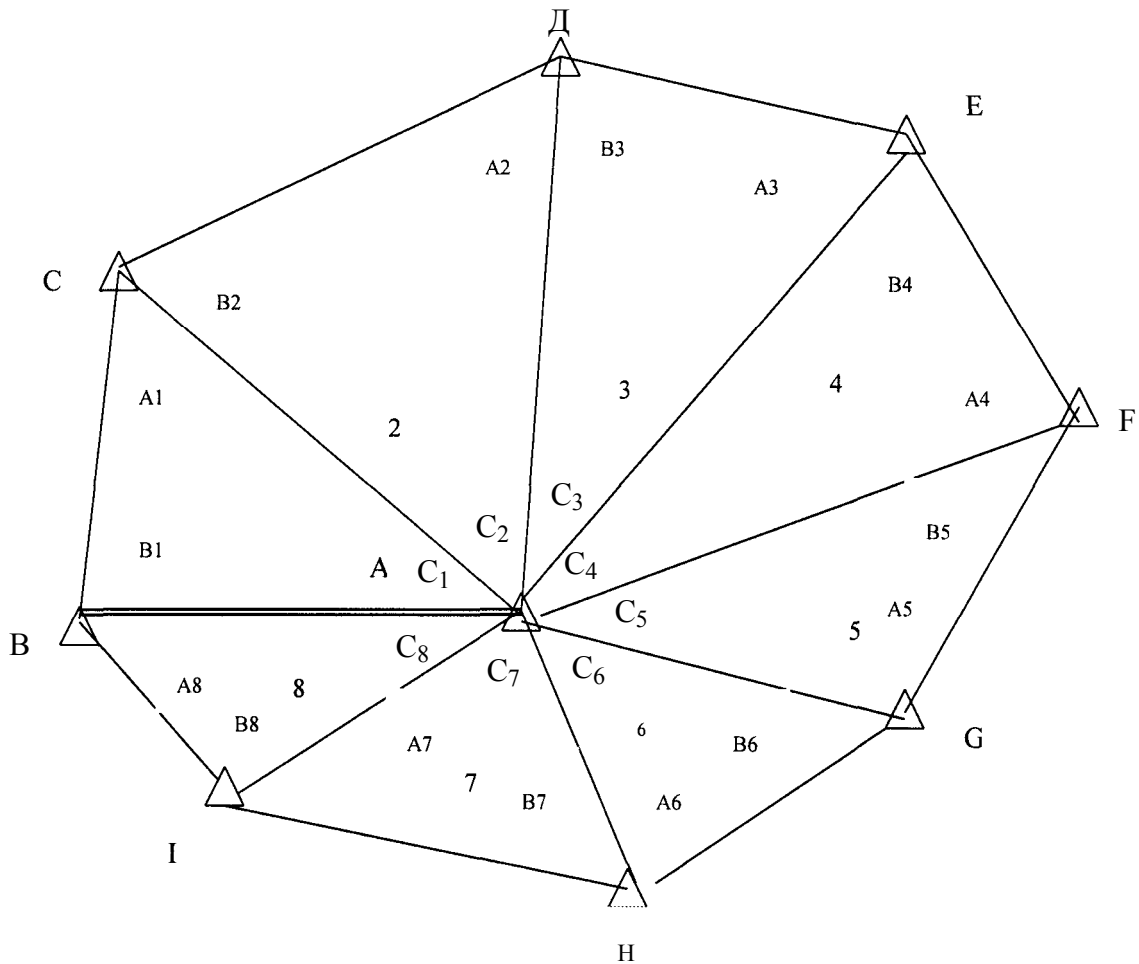
### 5.3. Складання проекту прецизійної мережі для забезпечення облікової одиниці площі 1 кв.м.

На мал. 5.1. приведена схема триангуляції обласного центру . На топографічній карті масштабу 1:10000 запроектована



центральна система із 8 трикутників . Центральний пункт А запроектовано на даху 14 поверхового будинку з якого є добра видимість на 8 пуктів , розміщених , також , на дахах висотних будинків у різних частинах міста . Вихідний базис АВ вимірюється з точністю 1:1 000 000 . Довжина базисної сторони 2900,000 м . Координати визначаються у відносній системі координат .

Кути вимірюються транспортиром з точністю  $0,5^\circ$  . При цьому слідкують за тим , щоб сума кутів у трикутнику була рівною  $180^\circ$  , а сума кутів при центральному пункті  $360^\circ$  .



Мал. 5.1. Проект спеціальної мережі триангуляції обласного центру .

Для побудови моделі геодезичної мережі необхідно підібрати так значення кутів ,щоб виконувалися умови фігур , горизонту і полюса . Лише в цьому випадку визначені координати пунктів можна прийняти за істинні координати , а кути - за істинні значення кутів .

Виконується попереднє рішення трикутників - визначаються довжини сторін і вільний член полюсного умовного рівняння . Рішення трикутників виконується за теоремою синусів :

$$S_{BC} = S_{AB} \frac{\sin C_1}{\sin A_1}, \quad (5.5)$$

$$S_{AC} = S_{AB} \frac{\sin B_1}{\sin A_1}, \quad (5.6)$$

$$S_{AD} = S_{AC} \frac{\sin B_2}{\sin A_2}, \quad (5.7)$$

Підставляючи (5.6) у (5.7), отримаємо:

$$S_{AD} = S_{AB} \frac{\sin B_1 \sin B_2}{\sin A_1 \sin A_2}. \quad (5.8)$$

Діючи по аналогії , будемо мати :

$$S'_{AB} = S_{AB} \frac{\sin B_1 \sin B_2 \sin B_3 \sin B_4 \sin B_5 \sin B_6 \sin B_7 \sin B_8}{\sin A_1 \sin A_2 \sin A_3 \sin A_4 \sin A_5 \sin A_6 \sin A_7 \sin A_8}$$

де  $S_{AB}$  - довжина виміряного базиса ;

$S'_{AB}$  - розрахована довжина базиса при передачі сторін .

Полюсне умовне рівняння при цьому буде :

$$\begin{aligned} & \frac{10^6}{\rho''} [\text{ctg}B_1(B_1) + \text{ctg}B_2(B_2) + \text{ctg}B_3(B_3) + \text{ctg}B_4(B_4) + \text{ctg}B_5(B_5) + \\ & \text{ctg}B_6(B_6) + \text{ctg}B_7(B_7) + \text{ctg}B_8(B_8) - \text{ctg}A_1(A_1) - \text{ctg}A_2(A_2) - \\ & \text{ctg}A_3(A_3) - \text{ctg}A_4(A_4) - \text{ctg}A_5(A_5) - \text{ctg}A_6(A_6) - \\ & \text{ctg}A_7(A_7) - \text{ctg}A_8(A_8)] + W_{\text{пол.}} = 0, \end{aligned} \quad (5.10)$$

де

$$W_{\text{пол.}} = \frac{S'_{AB} - S_{AB}}{S_{AB}} \cdot 10^6, \quad (5.11)$$

$(B_i), (A_i)$  - невідомі поправки у виміряні відповідно кути  $B_i, A_i$ ;

$\rho''$  - число секунд в одному радіані.

Крім умовного рівняння полюса в даній мережі повинна задовольнятися умова горизонту , якщо вимірюються кути :

$$(C_1) + (C_2) + (C_1) + (C_1) + (C_1) + (C_1) + (C_1) + (C_1) + W_r = 0 \quad (5.12)$$

де  $(C_i)$  - поправки в центральні кути  $C_i$ .

При цьому :

$$W_r = \sum_{i=1}^8 C_i - 360^0. \quad (5.13)$$

В даній мережі повинно задовільнятися вісім умовних рівнянь фігур :

$$(A_1) + (B_1) + (C_1) + W_1 = 0 \quad (5.14)$$

$$(A_2) + (B_2) + (C_2) + W_2 = 0 \quad (5.15)$$

$$(A_3) + (B_3) + (C_3) + W_3 = 0 \quad (5.16)$$

$$(A_4) + (B_4) + (C_4) + W_4 = 0 \quad (5.17)$$

$$(A_5) + (B_5) + (C_5) + W_5 = 0 \quad (5.18)$$

$$(A_6) + (B_6) + (C_6) + W_6 = 0 \quad (5.19)$$

$$(A_7) + (B_7) + (C_7) + W_7 = 0 \quad (5.20)$$

$$(A_8) + (B_8) + (C_8) + W_8 = 0 \quad (5.21)$$

$$\text{де } W_i = A_i + B_i + C_i - 180^0. \quad (5.18)$$

Поправка за умову полюса у зв'язуючі кути трикутників при спрощеному зрівноваженні знаходиться за формулою :

$$V'' = -W_{\text{пол.}} / \sum \delta_i, \quad (5.23)$$

$$\text{де } \sum \delta_i = \sum (\delta_{A_i} + \delta_{B_i}), \quad (5.24)$$

$$\text{а } \delta_{A_i} = (\text{ctg} A_i / \rho'') \cdot 10^6 \quad (5.25)$$

$$\delta_{B_i} = (\text{ctg} B_i / \rho'') \cdot 10^6 \quad (5.26)$$

З врахуванням всіх умовних рівнянь проводиться зрівноваження центральної системи . У зрівноваженій моделі задовольняються всі умовні рівняння .

Отримана зрівноважена система сприймається як істинна модель мережі, зрівноважені сторони - за істинні сторони , зрівноважені кути - за істинні кути .

Далі дослідження проводиться методом спотвореної моделі . При цьому генеруються випадкові похибки по тому чи іншому закону .

У наших дослідженнях генеруються псевдовипадкові похибки  $\Delta_i$ , розподілені за нормальним законом :

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (5.27)$$

Значення  $\Delta_{2i-1}$  ,  $\Delta_{2i}$ . генеруються із  $\mathfrak{Z}_i$  ( $i=1,2,3\dots$ ) за формулами :

$$\Delta_{2i} = (-2 \ln \mathfrak{Z}_i)^{1/2} \cos(e^9 \mathfrak{Z}_i) \quad (5.28)$$

$$\Delta_{2i} = (-2 \ln \mathfrak{Z}_i)^{1/2} \sin(e^9 \mathfrak{Z}_i) \quad (5.29)$$

Значення  $\mathfrak{Z}_i$  . виробляються за допомогою лінійного конгруентного методу :

$$\mathfrak{Z}_{i+1} = F(11\mathfrak{Z}_i + \pi), \quad (5.30)$$

де  $P(Z)$  - дробна частина від  $Z$  . Розрахунки раціонально вести на програмованому мікрокалькуляторі МК 52 .

При цьому можна задаватись будь-якою середньою квадратичною похибкою моделі польових спостережень.

Ввівши генеровані похибки у значення кутів істинної моделі, отримують спотворену модель. Генеровані похибки розглядаються як істинні похибки виміряних кутів.

Проводиться строге зрівноваження мережі корелатним способом. Використовується двогруповий спосіб зрівноваження Крюгера - Урмаєва. В першу групу відносять умовні рівняння фігур. Розподіливши

нев'язку кожного трикутника порівню на кожний кут, розраховують вільні члени умовних рівнянь горизонту і полюсу за попередньо вирівняними кутами за умови фігур.

Розраховують перетворені коефіцієнти умовних рівнянь горизонту і полюсу

$$A_i = a_i - \frac{\sum a_i}{3} \quad B_i = b_i - \frac{\sum b_i}{3}$$

де  $a_i, b_i$  - неперетворені коефіцієнти в одному трикутнику;

$A_i, B_i$  - перетворені коефіцієнти.

Контролем розрахунку перетворених коефіцієнтів є рівність нулю суми коефіцієнтів у кожному трикутнику.

Від перетворених коефіцієнтів двох умовних рівнянь переходять до коефіцієнтів нормальних умовних рівнянь і виконують процедуру строгого зрівноваження.

Знайшовши корелати, розраховують поправки у вторинні у кути:

$$V_{\beta_i}'' = k_1 A_i + k_2 B_i$$

де  $k_1$  і  $k_2$  - координати.

Отримують зрівноважені кути шляхом додавання вторинної поправки до попередньо виправлених кутів за умови фігур.

#### 5.4 Оцінка точності елементів запроєктованої мережі.

Виконавши процедуру суворого зрівноваження спотвореної мережі, провадять порівняльний аналіз точності елементів.

З цією метою дається розрахунок істинних координат і зрівноважених координат. Приводиться порівняльна таблиця істинних і зрівноважених значень координат, вписуються істинні похибки зрівноважених координат, які розраховуються за формулами

$$\Delta x_i = x_{i_{зрівн}} - x_{i_{істин}}$$

$$\Delta y_i = y_{i_{зрівн}} - y_{i_{істин}}$$

Розраховується середня квадратична похибка координат

$$m_{x,y} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i + \sum_{i=1}^n \Delta y_i}{2n}},$$

де  $n$  - число пунктів, координати яких визначаємо.

Проводиться розрахунок середньої квадратичної похибки одиниці ваги

$$\mu = \sqrt{\frac{[V'V']}{r'} + \frac{[V''V'']}{r''}},$$

де  $V'$ ,  $V''$  - первинна і вторинна поправки в кути відповідно;

$\gamma', \gamma''$  - кількість умовних рівнянь першої і другої групи.

Для проведення більш детальних досліджень розраховується сумарна поправка

$$V = V' + V'' \quad (5.36)$$

і середня квадратична похибка одиниці ваги за сумарною поправкою

$$\mu' = \sqrt{\frac{[VV]}{r}},$$

де

$$r = r' + r'' \quad (5.38)$$

Приводиться розрахунок середньої квадратичної похибки моделювання кута за формулою Гаусса

$$m_{\beta} = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}},$$

де  $\Delta$  - істинні значення генерованих похибок;

$n$  - кількість генерованих похибок.

Дається розрахунок середньої квадратичної похибки моделювання кута за формулою Ферреро

$$m_{\beta'} = \sqrt{\frac{[WW]}{3n}}$$

де  $W$  - нев'язки в трикутниках ( вільні члени умовних рівнянь фігур);

$n$  - кількість трикутників.

Приводиться розрахунок середньої квадратичної похибки дирекційного кута  $m_{\alpha_{AF}}$  в найбільш слабкому місці мережі

$$m_{\alpha_{AF}} = \mu \sqrt{1/P_{\alpha_{AF}}},$$

де  $1/P_{\alpha_{AF}}$  - величина оберненої ваги, яку отримують із вирішення схеми Гаусса за попередньо складеною ваговою функцією.

У нашому випадку

$$F(1/P_{\alpha_{AF}}) = (C_1) + (C_2) + (C_3) + (C_4), \quad (5.42)$$

Коефіцієнти вагових функцій також перетворюють за формулами (5.29), (5.30).

Приводиться розрахунок середньої квадратичної похибки сторони AF в найбільш слабкому місці

$$m_{S_{AF}} = \mu \sqrt{1/P_{S_{AF}}}$$

де  $1/P_{\alpha AF}$  береться із схеми Гаусса на підставі складеної вагової функції

$$F(1/P_{\alpha AF}) = -\delta_{A_1} - \delta_{A_2} - \delta_{A_3} - \delta_{A_4} + \delta_{A_1} + \delta_{A_2} + \delta_{A_3} + \delta_{A_4} \quad (5.4.4)$$

Середня квадратична похибка слабкої сторони, виражена в метрах, буде

$$m_{\alpha AF(M)} = m_{\alpha AF} \cdot S_{AF} / 10^6 \quad (5.45)$$

відносна похибка

$$f_{\text{відн}} = \frac{m_{S_{AF}} (m)}{S_{AF}}$$

Дається порівняльна таблиця істинних і зрівноважених дирекційних кутів і сторін.

### 5.5 Дослідження необхідної точності визначення координат пунктів

Беручи до уваги, що найбільш поширеним способом розмічування контурів ділянок і знімання меж землекористування є полярний спосіб, то середня квадратична похибка визначення контурної точки Р буде

$$m_p = \sqrt{m_d^2 + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} d^2}$$

де  $m_\beta$  - середня квадратична похибка виміру горизонтальних кутів (або їх побудови);

$d$  - полярна відстань;

$\rho = 206265''$ .

Розглянемо точність визначення положення точки Р при використанні самих сучасних засобів виміру, які забезпечать  $m_d = 1$  мм і  $m_\beta = 2''$ .

Тоді, при  $d = 100$  м отримаємо

$$m_p = \sqrt{1^2 + (2 \cdot 100000 / 206265)^2} = 1.39 \text{ мм}$$

Тоді, при  $d = 200$  м  $m_p = 2,18$  мм; при  $d = 300$  м середня квадратична похибка визначення положення контурної точки складе 3,07 мм; при ( $d = 400$  м  $m_p = 4$  мм і при  $d = 500$  м  $m_p = 4,95$  мм.

Формула (5.47) не враховує середньої квадратичної похибки визначення геодезичного пункту, над яким центровано електронний тахеометр для визначення планового положення контурних точок границь землекористування. Якщо контури визначаються з різних пунктів геодезичної опори, то необхідно врахувати похибку вихідних даних ( геодезичного пункту) . Тоді формула (5.47) набуде вигляду:

$$m_{\rho} = \sqrt{m_d^2 + \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} d^2 + m_r^2}$$

Середню квадратичну похибку визначення площі  $m_F$  знайдемо за спрощеною формулою:

$$m_f = dm_{x,y} \sqrt{n}$$

де  $m_{x,y}$  - похибка визначення координат;  
 $n$  - кількість вершин полігону.

**Таблиця 5.1 Точність визначення планового положення контурних точок.**

<b>d (м)</b>	<b>100</b>	<b>200</b>	<b>300</b>	<b>400</b>	<b>500</b>
<b><math>m_r</math> 5 мм; пір (мм)</b>	<b>5,19</b>	<b>5,45</b>	<b>5,87</b>	<b>6,40</b>	<b>7,03</b>
<b><math>m_r = 3</math> мм; пір (мм)</b>	<b>3,31</b>	<b>3,71</b>	<b>4,29</b>	<b>5,00</b>	<b>5,75</b>
<b>Для полігону з 9 точок</b>					
<b><math>m_r = 3</math> мм; <math>m_p</math> (кв.м)</b>	<b>0, 993</b>	<b>2, 226</b>	<b>3,86</b>	<b>6</b>	<b>8, 685</b>
<b>Для полігону з 4 точок</b>					
<b><math>m_r = 3</math> мм; <math>m_F</math> (кв.м)</b>	<b>0,6</b>	<b>1,2</b>	<b>1,8</b>	<b>2,4</b>	<b>3</b>

### **Висновки**

На основі даних табл. 5.1 робимо висновок, що, маючи координати пунктів з точністю 3 мм і визначаючи координати контурних точок електронним тахеометром з точністю вимірювання кутів 2" і віддалей 1 мм при чотирьох точках полігону, можливе віддалення визначуваних контурних точок до 200 м від пункту. При цьому необхідно досягти густоту пунктів - 1 пункт на 4 га площі.

Якщо маємо точність опорних пунктів 5 мм, то віддаленість відбивача електронного тахеометра від пункта не повинна перевищувати 100 м і густота пунктів повинна бути - 1 пункт на 1 га.

Беручи до уваги той факт, що державні геодезичні мережі мають точність координат пунктів в кращому випадку 5-10 см, на основі проведених досліджень можна зробити висновок, що існуючі



державні мережі не забезпечують облікової одиниці площі 1 кв. м на територію міст республіканського і обласного значення.

Генеруючи істинні похибки вимірювання сторін 1 мм + 1 мм на км і кутів з точністю 0, 4 " як в полігонометрії 1 класу і 0, 7 " як в триангуляції 1 класу можна забезпечити середню квадратичну похибку координат координат пунктів 3-5 мм.

#### *Контрольні запитання*

1. Які задачі попередніх обчислень в триангуляції ?
2. Як виконується попереднє рішення трикутників і обчислення сферичних надлишків ?
3. Послідовність виконання проекту прецизійної мережі.
4. Дати вивід формули передачі сторін в триангуляції.
5. Аргументувати полюсне умовне рівняння.
6. Привести послідовність двогрупового зрівноваження Крюгера - Урмаєва.
7. Оцінка точності елементів запрєктованої мережі.

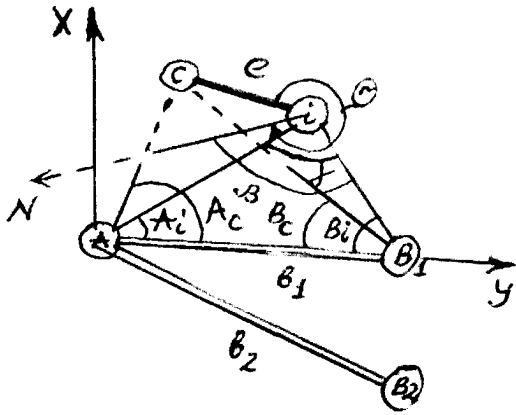
### **Лекція 6. Визначення елементів приведення**

#### **План лекції**

- 6.1. Визначення елементів приведення.
- 6.2. Поправки за центрування та редукацію.
- 6.3. Приведення напрямків.
- 6.4. Обчислення поправок в напрямки за кривизну зображення геодезичних ліній на площині.
- 6.5. Редукація довжини вихідної сторони і перехід від геодезичного азимута до дирекційного кута.
- 6.6. Визначення допустимих величин вільних членів умовних рівнянь.

- 6.1. Визначення елементів приведення.

На пунктах триангуляції елементи центрувань і редукацій звичайно малі і визначаються графічним способом. Але в практиці геодезичних робіт зустрічаються випадки, коли лінійні елементи центрувань або редукацій дуже великі для графічних визначень (більше 0, 2 - 0, 3 м). В таких випадках вони визначаються аналітичними методами.



На місцевості вимірюються базис  $b_1 = AB$  і кути на його кінцях  $A_i, B_i$  і  $A_c, B_c$ , де  $i$  - точка стояння теодоліта на геодезичному знаці;  $c$  - центр пункту. Кут  $\gamma$  при точці  $i$  вимірюється з метою контролю.

рис. 6.1. Визначення елементів приведення

Для орієнтування лінійного елемента  $e = ic$  відносно початкового напрямку на пункті вимірюється кут  $\beta$ .

Для обчислення значень елементів приведення ( $e, \theta$ ) введемо місцеву систему координат з початком в точці  $A$  і віссю ординат, поєднаною з напрямком базиса  $AB$ . Лінійний  $e = ic$  і кутовий  $\theta = \angle ciN$  - елементи центрування теодоліта знайдемо за формулами:

$$e = \sqrt{(x_c - x_i)^2 + (y_c - y_i)^2},$$

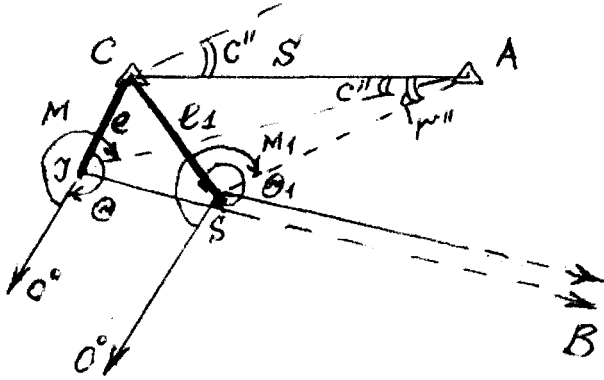
$$\theta = (360 - \alpha_{ic}) + (90 - b_i) + \beta$$

де  $Y_i = b \operatorname{tg} B_i / (\operatorname{tg} A_i + \operatorname{tg} B_i)$ ,  $Y_c = b \operatorname{tg} B_c / (\operatorname{tg} A_c + \operatorname{tg} B_c)$ ,

$$X_i = Y_i \operatorname{tg} A_i, \quad X_c = Y_c \operatorname{tg} A_c, \quad \operatorname{tg} \alpha_{ic} = (Y_c - Y_i) / (X_c - X_i)$$

За такими ж формулами обчислюють елементи редуції. Для контролю елементи приведення визначають двічі із вимірів з двох базисів  $b_1$  і  $b_2$  з поєднаними кінцями в початковій точці. Щоб не ускладнювати рисунок, кути  $A$  і  $B$  при другому базисі не показані.

**6.2. Поправки за центрування та редуцію.** На кожному пункті триангуляції, на якому виконані кутові вимірювання, проєкції точки  $I$  стояння теодоліта, візирної цілі знака  $S$  і його центра  $C$  на горизонтальну площину не співпадають між собою. В зв'язку з цим всі виміряні в точці  $I$  напрямки повинні бути приведені до центру знака в точці  $C$ , тобто



виправлені поправками  $C''$  за центрування теодоліта. Ці поправки додаються зі своїми знаками до виміряних на даному пункті напрямкам ІА, ІВ і т.п.

Поправки  $r''$  за редукцію візирної цілі S даного пункту уводяться зі своїми знаками в обернені напрямки, наприклад, AS, BS, тому що візування з точок А, В, ... виконується не на центр даного знака в точці С, а на його візирну ціль в точці S.

Поправки за центрування теодоліту за редукцію візирної цілі обчислюють за формулами:

$$C'' = e \sin(M + \theta) \rho'' / S \quad (6.6)$$

$$r'' = e_1 \sin(M_1 + \theta_1) \rho'' / S \quad (6.7)$$

де  $e$ ,  $\theta$  і  $e_1$ ,  $\theta_1$  - елементи центрування і редукції;  $M$ ,  $M_1$  - значення виміряних напрямків, для яких обчислюються поправки,  $S$  - віддалі між пунктами.

Лінійні елементи  $e$  і  $e_1$  визначаються на центрувальних листах до цілого міліметра, а кути  $\theta$  і  $\theta_1$  - з графічною точністю порядку  $15'$ .

Для контролю обчислення поправок  $C''$  і  $r''$  можна використати таблиці величин  $(\alpha) = -20,6225 \times \sin(M + \theta)$ .

Поправки за центрування і редукцію в триангуляції 1 - 2 класів обчислюють до  $0,001''$ , а в триангуляції 3-4 класів до  $0,01''$ , а після їх суму для кожного напрямку, приведеного до початкового, закруглюють до  $0,01''$  і  $0,001''$  відповідно.

### 6.3. Приведення напрямків.

Після обчислення поправок за центрування і редукції переходять до складання таблиці напрямків, приведених до центрів знаків.

В цю таблицю із схеми обчислень виписують значення  $C''$  і  $r''$ , маючи на увазі, що поправка  $C''$  відноситься до прямого напрямку, а поправка  $r''$  - до оберненого. Так, наприклад, поправки за центрування, обчислені на пункті 1, вводяться в напрямки 1 - 2, 1 - 5, 1 - 4, а поправки за редукцію - в обернені напрямки: 2-1, 5-1, 4 - 1.

**Таблиця 6.1. Приведені напрямки**

<b>Н А З В А Н А П Р Я М К У</b>	<b>Виміряні напрямки</b>	<b>C"</b>	<b>r</b>	<b>(C+γ)''</b>	<b>(C+r)<sub>0</sub></b>	<b>Напрямки, приведені до центрів знаків</b>
1 - 2	0°00'00" ,00	- 0, 85 4	1, 2 8 9	0, 43 5	0, 00	0°00'00",00
1 - 5	37°11'06" ,76	- 0, 08 4	1, 5 8 7	1, 50 3	1, 07	37°11'07",83
1 - 4	68°08'59" ,43	0, 61 7	1, 6 7 1	2, 28 8	1, 85	68°09'01",28
2 - 3	0°00'00" ,00	- 1, 27 4	- 1, 1 4 4	- 2, 41 8	0, 00	0°00'00",00
2 - 4	34°48'33" ,49	- 0, 34 7	1, 3 4 2	0, 99 5	3, 41	34°48'36",90
2 - 5	60°01'30" ,35	- 0, 42	0, 6 8	1, 10 0	3, 52	60°01'33",87
		0	0			
2 - 1	93°08'28" ,00	1, 05 2	0, 6 2 7	1, 67 9	4, 10	93°08'32",10

#### 6.4. Обчислення поправок в напрямки за кривизну зображення геодезичних ліній на площині.

Поправки в прями ІК і обернені КІ напрямки за кривизну зображення сторін на площині в проекції Гаусса - Крюгера обчислюють в триангуляції 2-4 класів за формулами

$$\delta_{ik} = \frac{1}{3}f(x_i - x_k)(2y_i + y_k), \delta_{ki} = -\frac{1}{3}f(x_i - x_k)(y_i + 2y_k)$$

де  $x, y$  - наближені координати пунктів на площині, виражені в кілометрах;

$$f = \rho'' / (2R_m^2) \quad (6.10)$$

Для напрямків триангуляції 3 і 4 класів на території колишнього Союзу значення коефіцієнта  $1/3f$  і приймалось рівним 0,000845.

Поправки, обчислені за формулами (6.8), (6.9) додають зі своїми знаками до значень вимірних напрямків. При обчисленнях беруться ординати  $Y$ , відраховані від осевого меридіану  $6^\circ$  ( $3^\circ$ ) зони в проекції Гаусса - Крюгера (дійсні, а не перетворені координати):

$$Y_{\text{дійсне}} = Y_{\text{перетв.}} - 500 \text{ км}, \quad (6.11)$$

При цьому спочатку опускають номер зони. Поправки  $\delta$  в вимірні напрямки обчислюють з точністю до 0,001" в триангуляції 2 класу і до 0,01" - в триангуляції 3 і 4 класів, потім їх округляють до 0,01" і 0,1" відповідно класам триангуляції.

Правильність обчислення поправок  $\delta_{ik}$  в напрямки контролюють по сферичним надлишкам трикутників. У трикутнику з вершинами 1, 2, 3, номери яких зростають по ходу годинникової стрілки, обчислюють поправки  $\delta_i$  в кожний кут трикутника як різниці: поправка в правий напрямок мінус поправка в лівий напрямок, тобто

$$\delta_1 = \delta_{13} - \delta_{12}; \delta_2 = \delta_{21} - \delta_{23}; \delta_3 = \delta_{32} - \delta_{31}; \quad (6.12)$$

Сума поправок  $\delta_i$  у кожному трикутнику повинна бути рівна сферичному надлишку  $\varepsilon$ , взятому з оберненим знаком, тобто

$$\sum \delta_i = -\varepsilon_i \quad (6.13)$$

### 6.5. Редукція довжини вихідної сторони і перехід від геодезичного азимута до дирекційного кута.

Редукція довжини вихідної сторони  $\delta_{12}$  з еліпсоїда на площину виконують в триангуляції 2 класу за формулами

$$S = S + \Delta S = S + f'F\left(y_m^2 + \frac{\Delta y^2}{12}\right)S.$$

де

$$f' = 1/2R_m^2, \quad y_m = (y_1 + y_2)/2, \quad \Delta y = y_2 - y_1$$

Ординати  $Y$  кінців сторони відраховуються від осьового меридіану зони і відбиваються звичайно в кілометрах,  $S$  - в метрах.

Якщо заданий геодезичний азимут вихідної сторони  $A_{iz}$  - на поверхні еліпсоїда, слід перейти від нього до дирекційного кута цієї сторони на площині.

У триангуляції 1 класу, де кут  $\gamma$  слід знайти з точністю до  $0,001''$ , зближення меридіанів розраховують в прямокутних координатах за формулами

$$\gamma = \left\{1 - \left[0,33333 - 0,00225 \cos^4 B_x - (0,2 - 0,067 \cos^2 B_x)Z^2\right]\right\} Z \sin B_x \rho'', \quad (6.16)$$

де

$$B_x = \beta + \left\{50221746 + \left[293622 + (2350 + 22 \cos^2 \beta) \cos^2 \beta\right] \cos^2 \beta\right\} 10^{-10} \sin \beta \cos \beta \cdot \rho \quad (6.17)$$

$$\beta = (x/6367558/4969)\rho'', \quad (6.18)$$

$$Z = Y/(N_x \cos B_x), \quad (6.19)$$

$$N_x = 6399698,902 - [21562,167 - (108,973 - 0,612 \cos^2 B_x)] \cos^2 B_x \quad (6.20)$$

При відомих геодезичних координатах точки  $B_1$ ,  $l = L_1 - L_0$  замість формули (6.16) застосовують формулу

$$\gamma_1 = \left\{1 + \left[\left(0,3333 + 0,00674 \cos^2 B_1\right) + \left(0,2 \cos^2 B_1 - 0,067\right)^2\right]^2 \cos^2 B_1\right\} \sin B_1 \rho \quad (6.17)$$

При менших вимогах до точності обчислення кута  $\gamma$  (до  $0,01''$ ) використовують формулу

$$\gamma = l \sin B + \frac{1}{3} \frac{l^3}{\rho''^2} \sin B \cos^2 B (1 = 3\eta^2)$$

де  $l$  - різниця довгої меридіана даної точки і осьового меридіана зони;

$B$  - геодезична широта точки;

$$\eta^2 = e'^2 \cos^2 B$$

де  $e'$  - другий ексцентриситет земного еліпсоїда.

Якщо кут  $\gamma$  необхідно обчислити з точністю до  $0,1''$ , то формулу (6.18) можна спростити

$$\gamma = l \sin B + \frac{1}{3} \frac{l^3}{\rho''^2} \sin B \cos^2 B$$

При обчисленні кута  $\gamma$  з точністю до 0, 1' в межах шестиградусної зони можна використати формулу

$$\gamma = l \sin B, \quad (6.21)$$

Необхідно відмітити, що знак зближення меридіанів  $\gamma$  співпадає зі знаком різниці довгот  $l = L - L_0$ , де  $L_0$  - довгота основного меридіана зони,  $L$  - довгота точки.

Дирекційний кут  $\alpha_{12}$  із хорди  $S_{12}$ , яка з'єднує точки 1 і 2 на площині при заданому значенні азимута  $A_{12}$  геодезичної лінії на поверхні еліпсоїда між цими точками, обчислюють за формулою

$$\alpha_{12} = A_{12} - \gamma + \delta_{12} \quad (6.22)$$

де  $\delta_{12}$  - поправка за кривизну зображення геодезичної лінії, розрахованої за формулами (6.8), (6.9).

### 6.6. Визначення допустимих величин вільних членів умовних рівнянь.

Якість польових вимірів визначають обчисленням вільних членів умовних рівнянь з встановленими для них допусками.

В загальному випадку граничну величину вільного члена умовного рівняння

$$a_1 v_1 + a_2 v_2 + \dots + a_n v_n + w = 0, \quad (6.23)$$

знаходять за формулою  $\omega_{ep} = t\mu\sqrt{[aa]}$

де  $\mu$  - середня квадратична похибка одиниці ваги,

$t$  - параметр, який при заданій довірчій ймовірності залежить від кількості вимірів у мережі;

$[aa]$  - сума квадратів коефіцієнтів умовного рівняння.

При зрівноваженні кутів похибку одиниці ваги беруть рівною середній квадратичній похибці виміряного кута для відповідного класу триангуляції.

Середню квадратичну похибку виміряного кута обчислюють по нев'язкам трикутників

$$m = \sqrt{\sum \omega^2 / 3n}$$

де  $\sum \omega^2$  - сума квадратів нев'язок трикутників;

$n$  - кількість нев'язок трикутників.

Нев'язки трикутників обчислюють по кутам, приведеним до центра знаків

$$w = \sum \beta - (180^\circ + \varepsilon) - \text{на сфері}, \quad (6.26)$$

$$w = \sum \beta - 180^\circ - \text{на площині}, \quad (6.27)$$

де  $\sum \beta$  - сума виміряних кутів в трикутнику;

$\varepsilon$  - сферичний надлишок трикутника.

Граничні нев'язки трикутників, обчислені за формулою

$$\omega_{\text{фіз}} = 2.5m''\sqrt{3}$$

не повинні перевищувати 3, 4, 6 і 8" в триангуляції 1, 2, 3 і 4 класів відповідно.

Вільні члени полюсних умов в геодезичних чотирикутниках і центральних системах повинні бути не більше

$$\omega_{\text{пол}} = 2.5m''\sqrt{\sum ctg^2 B}$$

де  $\sum ctg^2 \beta$  - сума квадратів котангенсів зв'язуючих кутів трикутників;  
 $m''$  - середня квадратична похибка вимірювання кутів.

Значення вільних членів базисного і азимутального умов не повинні перевищувати величини, обчислені за формулами:

для базисного умовного рівняння (в метрах)

$$\omega_{\text{баз}} = 2.5\sqrt{(b_2^2 m^2 \sum ctg^2 \beta) / \rho^2 + 2m_b^2}$$

для азимутального умовного рівняння

$$\omega_{\text{баз}} = 2.5\sqrt{m''^2 n + 2m_\alpha^2}$$

де  $\sum ctg^2 \beta$  - сума квадратів котангенсів зв'язуючих кутів трикутників;  
 $b_2$  - довжина базисної сторони на другому кінці ряду трикутників;  
 $m_b, m_\alpha$  та - середні квадратичні похибки базисних сторін і вихідних азимутів;

$n$  - кількість кутів в передачі азимута.

### **Висновки**

Якщо вільний член якого-небудь умовного рівняння не задовольняє встановленим допускам, то таке рівняння включати в зрівноваження мережі не можна до тих пір, поки не будуть виявлені і усунені причини, які призвели до недопустимої величини вільного члена даного умовного рівняння.

У виміряні кути слід ввести поправки за центрування та редукцію, за кривизну зображення геодезичної лінії на площині.

Вихідну сторону триангуляції необхідно редукувати з еліпсоїда на площину в проекції Гаусса - Крюгера.

### **Контрольні запитання**

1. Обґрунтувати формули для визначення елементів приведення.
2. Написати формулу поправки за центрування.
3. Написати формулу поправки за редукцію.
4. Привести формули поправки в напрямок за кривизну зображення геодезичної лінії на площині.
5. Обґрунтувати формули редукування довжини вихідної сторони з еліпсоїда на площину.



6. Обґрунтувати формулу зближення меридіанів.
7. Обґрунтувати формулу переходу від геодезичного азимуту до дирекційного кута.

## **Лекція 7. Високоточні кутові і лінійні виміри.**

### План лекції

- 7.1. Умови експлуатації високоточних теодолітів та основні вимоги до них.
- 7.2. Джерела похибок при високоточних кутових вимірах, методи послаблення їх впливу.
- 7.3. Методи високоточних кутових вимірів. Найвигідніший час для вимірюванні кутів.
- 7.4. Поняття про рефракцію світла при кутових і азимутальних визначеннях.
- 7.5. Вимірювання базисів.

### **7.1. Умови експлуатації високоточних теодолітів та основні вимоги до них.**

Якість і успіх кутових спостережень залежить від стану приладів. Оптичні високоточні теодоліти являють собою складні конструкції, які складаються з великої кількості оптичних і механічних деталей. Порушення взаємного зв'язку між деталями може привести прилад в неробочий стан або знизити точність, а виправити прилад в польових умовах (осьову і оптичну системи) неможливо.

#### **7.1.1. Укладання теодоліта у футляр або ящик.**

При отриманні приладу необхідно ознайомитись з його правильним укладанням в ящик або футляр, вивчити способи закріплення теодоліта прикріплюючими пристроями, вивчити розташування всіх його частин. При цьому ящик або футляр повинні бути обов'язково встановлений кришкою уверх.

Після укладання всі прикріплюючі і упаковочні гвинти необхідно затиснути до відказу. Якщо після укладання теодоліту кришку ящика можна вільно закрити або легко натягти футляр - то прилад укладений правильно. Зусиль в цьому випадку ні в якому разі не можна прикладати.

#### **7.1.2. Перевезення оптичних теодолітів.**

Оптичні теодоліти, як і всі інші високоточні прилади, переносять або перевозять обов'язково під наглядом спеціально призначеної і навченої особи (спостерігача або помічника спостерігача). Якщо теодоліт знаходиться у футлярі, то він повинен бути встановлений основою вниз, якщо в ящику - ручкою вверху.

При перевезенні приладів на автомобілях і підводах необхідно на дно

постелити товстий шар соломи, сіна, стружок, м'яких речей. Для того, щоб під час перевезення ящики не терлись і не вдарялись у виступаючі частини (борти) автомобіля або підводи, необхідно вставляти спеціальні прокладки або обгортувати їх м'якими тканинами і добре закріпляти. При перевезенні на автомобілях прилади розташовують в передній частині кузова, а при перевезення на підводах - в їх середній частині, уникаючи встановлення над вісями.

На нерівних дорогах при невеликих переїздах робітники повинні тримати прилад на руках, а якщо дорога дуже погана - необхідно знімати його з транспорту і переносити на руках.

При перевезенні в'юком дуже важливо, щоб в'юк і його противага на другому боці тварини мали однакову вагу. Ще краще точні прилади класти поверх в'юків. В цьому випадку прилади легко і швидко знімаються і вони менше страждають від поштовхів та ударів об дерева і виступи скель. У важких і небезпечних місцях необхідно знімати прилад і переносити його в руках.

### **7.1.3. Піднімання теодолітів на сигнал.**

Піднімання оптичних теодолітів на сигнали повинно виконуватися під безпосереднім керівництвом спостерігача. Піднімання виконують з підвітряної сторони знака двома малими шарикопідшипниковими блоками і фалом (капроною мотузкою). Один блок повинен бути надійно прив'язаний до основного стовпа знака вище перил площадки для спостережень. Другий блок - до приладу, який піднімають. Один кінець фалу прив'язують до приладу, другий, продітий раніше через нерухомий блок і скинутий униз, продівають через рухомий блок, прив'язаний до приладу. Підйомний фал одночасно служить відтяжкою. Щоб запобігти падіння приладу, для страховки до нього прив'язують ще другу мотузку, яку при підйомі повільно вибирає спотсерігач, який приймає прилад наверху. При цьому слід зробити все, щоб запобігти від ударів приладу у виступаючі частини сигналу. Довжина підйомного фалу повинна бути на 8-10м більше подвійної висоти знака.

### **7.1.4. Спуск теодоліта з сигналу.**

Спуск виконують з підвіреної сторони знака двома блоками під безпосереднім керівництвом спостерігача. Один блок (нерухомий) прив'язують до основного стовпа вище перил площадки для спостереження, другий рухомий - до приладу. Кінець фала, який знаходиться на площадці спостерігача, спершу продівають через рухомий блок, а потім через нерухомий блок і, продівавши, прив'язують до приладу. Останній обережно переносять через перила і починають спуск, поступово відпускаючи фал вниз. Фал одночасно служить відтяжкою. Для страховки приладу до нього прив'язують другу мотузку, яку поступово відпускає

спостерігач, який знаходиться на площадці спостереження.

#### **7.1.5. Умови експлуатації, правила користування.**

На час невеликих перерв прилад можна не упаковувати у футляр або ящик, а залишати його на столику знака або на штативі. Але в цьому випадку необхідно покривати його чохлом з м'якої матерії. Якщо прилад знаходиться на сигналі при тривалих перервах в спостереженнях, а також на ніч, то необхідно обов'язково покласти його у футляр (ящик), покрити брезентом і прив'язати до столика сигналу мотузкою. Підіймальні і мікрометричні гвинти слід постійно тримати на середині їх ходу. Ні в якій разі не слід працювати ними, якщо вони стоять на останніх витках.

Центрувальна плита на столику сигналу і головка штатива перед встановленням на них теодоліта повинні максимально наближатися до горизонтального положення. Це скорочує зайві обертання підіймальних гвинтів і усуває їх перекид. Перекид підіймальних гвинтів шкідливо позначається на їх різях.

Закріплюючи гвинти аліади і труби необхідно затискувати тільки злегка, щоб відчувати охоплення гвинта. Дуже сильне затискування викликає шкідливі напруження в металі, зіпсування різей, гнуття осей. Особливо обережно слід діяти юстувальними гвинтами. Їх необхідно берегти від зношення. Зношені гвинти погано тримають юстування. Не слід часто проводити юстування приладу. Робити це слід тільки у випадках прямої необхідності. Рухомі частини теодолітів необхідно переміщати плавно, без поштовхів.

Пил і жирні плями забруднюють лінзи. До лінз ні в якому разі не можна доторкатися пальцями. Зовнішню їх поверхню можна протирати чистою білою ганчіркою із льону або тонкого полотна. Можна протирати ваткою, змоченою спиртом.

Волога шкідливо діє як на скляні, так і на металічні частини приладу. Краплі води можуть утворювати на поверхні скла прозорі або непрозорі плями. На металічних частинах волога може викликати окислення. Тому, коли починається дощ, прилад необхідно покласти у футляр або надійно закрити чохлом, парасолькою, плащем, брезентом.

При внесенні теодоліту з холоду в тепле приміщення або з теплого приміщення на холод необхідно залишати його закритим у футлярі (ящику) 3-4 години. Ні в якому разі не слід ставити футляр з приладом поблизу нагріваючих приладів. В холодний час в перевах між спостереженнями не рекомендується вносити прилад в тепле приміщення, а зберігати його в нетопленому приміщенні або на відкритому повітрі.

## 7.2. Джерела похибок при високоточних кутових вимірах, методи послаблення їх впливу.

### 7.2.1. Особисті похибки.

При візуальному методі високоточних кутових вимірів в триангуляції особисті похибки систематичного характеру виникають, головним чином, із-за помилкової оцінки положення осі симетрії спостерігаємих предметних цілей (візирних циліндрів, штрихів лімба і т.і.). При спостереженнях на світлові цілі різко різної яскравості вплив особистих похибок на вимірний кут може досягати 1, 5" і більше. Такі похибки можуть бути значно зменшені шляхом вирівнювання яскравостей цілей по всім напрямкам спостереження або шляхом використання окулярної поворотної призми.

Для послаблення впливу похибок, які виникають із-за різного освітлення штрихів лімба у високоточних кутомірних приладах використовують електричне освітлення кругів.

### 7.2.2. Приладові похибки.

При вимірюванні горизонтальних кутів в триангуляції береться до уваги те, що вертикальна вісь приладу співпадає з напрямком прямовисної лінії в даній точці, лімба і вісь обертання труби перпендикулярні до вертикальної осі обертання теодоліта, візирна вісь труби лежить в площині великого круга приладу і вісь обертання алідади проходить через центр лімба, а центр лімба співпадає з центром кільця поділок на ньому. Відхилення від цієї геометричної схеми приладу породжують відповідні похибки. В цю групу приладових похибок входять похибки, які виникають із-за:

- 1) неперпендикулярності візирної осі обертання труби (колімаційна похибка);
- 2) нахилу горизонтальної осі обертання труби;
- 3) нахилу вертикальної осі обертання приладу;
- 4) нахилу (негоризонтальності) площини лімба;
- 5) ексцентриситету алідади;
- 6) ексцентриситету лімба.

Розглянемо вплив цих похибок на результати кутових вимірів.

#### **КОЛІМАЦІЙНА ПОХИБКА**

Під колімаційною похибкою зорової труби розуміють малий кут  $C$ , утворений візирною віссю труби з площиною великого круга приладу. Вплив колімаційної похибки на напрямок, вимірний при одному положенні труби (КП або КЛ), передається формулами

$$N = КП + C / \sin Z \quad (7.1)$$

$$N \pm 180^{\circ} = КЛ - C / \sin Z \quad (7.2)$$

де  $N$  - істинне значення напрямку;

КП і КЛ - виміряні значення напрямків;

Z - зенітна віддаль візирної цілі.

Вплив же цієї похибки на кут між точками А і В, виміряний також при одному положенні труби, передається формулами

$$N_B - N_A = КП_B - КП_A + C \left\{ \frac{1}{\sin Z_B} - \frac{1}{\sin Z_A} \right\}, \quad (7.3)$$

$$N_B - N_A = КЛ_B - КЛ_A + C \left\{ \frac{1}{\sin Z_B} - \frac{1}{\sin Z_A} \right\}. \quad (7.4)$$

З приведених формул видно, що значення напрямків і кутів, які отримані як середнє із результатів їх вимірів при двох положеннях труби (КП і КЛ), вільне від впливу колімаційної похибки.

При вимірюванні напрямків тільки при одному положенні труби (тільки при КП або тільки при КЛ) в кут увійде похибка  $\Delta C$ , рівна

$$|\Delta C| = C \left\{ \frac{1}{\sin Z_B} - \frac{1}{\sin Z_A} \right\} \quad (7.5)$$

При  $Z_A = Z_B$  величина  $\Delta C = 0$ . При  $Z_A \neq Z_B = 90 \pm 2^0$ , як це іноді має місце в триангуляції, і при  $2C = 20''$  максимальний залишковий вплив колімаційної похибки на кут, виміряний при одному положенні труби, складає біля 0, 01''.

Значення колімаційної похибки С обчислюють за формулою

$$C = \frac{КЛ - КП}{2} \sin Z \quad (7.6)$$

При  $Z = 90^\circ$  отримаємо  $2C = КЛ - КП$ . Значення подвійної величини колімаційної похибки не повинно перевищувати 20''.

### **НАХИЛ ГОРИЗОНТАЛЬНОЇ ОСІ ОБЕРТАННЯ**

При нахилі вертикальної осі приладу або від нерівності підставок труби, включаючи і нерівність діаметрів цапф виникає нахил горизонтальної осі обертання.

Нехай, нахил горизонтальної осі на кут і обумовлений тільки нерівністю підставок труби, включаючи і нерівність діаметрів цапф, а вплив других похибок дорівнює нулю.

Вплив нахилу і горизонтальної осі обертання труби на напрямок, виміряний при одному положенні труби, передається формулами

$$N = КП + i / \operatorname{tg} Z \quad (7.7)$$

$$N \pm 180^0 = КЛ - i / \operatorname{tg} Z \quad (7.8)$$

де Z - зенітна віддаль спостерігаємої цілі.

Вплив же нахилу осі труби на кут між точками А і В, вимірний також при одному положенні труби, передається формулами

$$N_B - N_A = КП_B - КП_A + i\{1/tgZ_B - 1/tgZ_A\} \quad (7.9)$$

$$N_B - N_A = КЛ_B - КЛ_A + i\{1/tgZ_B - 1/tgZ_A\}, \quad (7.10)$$

З приведених формул видно, що значення кута, отримане як середнє із результатів вимірів при двох положеннях труби (КП і КЛ), вільне від впливу нахилу осі труби. При вимірюванні напрямків тільки при одному положенні труби (тільки при КП або тільки при КЛ) в кут увійде похибка  $\Delta i$ , яка дорівнює

$$|\Delta i| = i\{1/tgZ_B - 1/tgZ_A\} \quad (7.11)$$

При  $Z_A = Z_B$   $\Delta i = 0$ ; при  $i = 5''$  і  $Z_B = 92^\circ$ ;  $Z_A = 88^\circ$ , як це іноді має місце в триангуляції,  $\Delta i = 0, 35''$ . Тому виміри при нахиленій лінії візування необхідно проводити обережно і так, щоб при даній установці приладу одна половина вимірів була виконана при одному положенні труби, а друга - неодмінно при другому положенні її. При спостереженнях теодолітами типу ТТ - 2/6 необхідно особливо старанно нівелювати горизонтальну вісь обертання труби.

### НАХИЛ ВЕРТИКАЛЬНОЇ ОСІ

Нахил вертикальної осі приладу на малий кут  $\delta$  відносно прямої лінії в даній точці викликає нахил осі обертання труби на малий кут  $q$ , що дорівнює

$$q = \delta \sin t, \quad (7.12)$$

де  $t$  - кут, орієнтуючий трубу приладу (візирну ціль) відносно вертикальної площини, в якій лежить, нахилена на малий кут  $\delta$  вісь обертання приладу.

Вплив нахилу  $q$  на напрямок, вимірний при одному положенні труби (КП або КЛ), виражається формулами

$$N = КП + q/tgZ \quad N \pm 180^\circ = КЛ + q/tgZ \quad (7.13)$$

а вплив її на кут, вимірний поміж точками А і В також при одному положенні труби, формулами

$$N_B - N_A = КП_B - КП_A + q_B/tgZ_B - q_A/tgZ_A, \quad (7.14)$$

$$N_B - N_A = КЛ_B - КЛ_A + q_B/tgZ_B - q_A/tgZ_A, \quad (7.15)$$

Вплив нахилу  $q$  на кут, отриманий як середнє із спостережень при двох положеннях труби, буде

$$N_B - N_A = \frac{КП_B - КЛ_B}{2} - \frac{КП_A - КЛ_A}{2} + \frac{q_B}{tgZ_B} - \frac{q_A}{tgZ_A}$$

Тобто, вплив нахилу  $q$  осі обертання труби, що є наслідком нахилу вертикальної осі приладу, не виключається із результатів вимірів. При  $q_{MAX} = 5''$ , як це допускається в триангуляції 1-2 класів, і  $Z = 90^\circ \pm 2^\circ$

значення величини  $q/tgZ$  дорівнює  $0, 17''$ . При неблагоприємному збігу обставин, наприклад, при  $Z_A = Z_B$  і  $q_A = -q_B$  або при інших співвідношеннях цих величин, вплив нахилу вертикальної осі на вимірний кут може бути в два рази більше вказаної величини. Тому при повіреному теодоліті, коли нахил вертикальної осі становить коло  $\delta = 5''$ , його впливом на вимірний кут можна нехтувати тільки в тому випадку, якщо zenітні віддалі спостерігаємих цілей відхиляються від  $90^\circ$  не більше ніж на  $1^\circ$ . У других випадках, при  $Z = 90^\circ \pm 1^\circ$  і більше, у виміряні напрямки слід вводити відповідні поправки за нахил вертикальної осі приладу. Це стосується, в особливості, робіт в гірських районах і великих містах, де коливання zenітних віддалей можуть бути значними.

Поправку  $\Delta$  в напрямку за нахил вертикальної осі приладу обчислюють за формулою

$$\Delta = \frac{I}{tgZ}$$

де  $I = q + i$  - загальний нахил горизонтальної осі обертання труби, обумовлений сумісним впливом нахилу вертикальної осі приладу, нерівністю підставок труби і неправильностями обертання аліади, що викликає додатковий нахил осі труби;

$Z$  - zenітна віддаль спостерігаємої цілі.

Загальний нахил осі труби при наведенні її на даний напрямок визначають за допомогою рівня (накладного або при аліаді) і обчислюють за формулою

$$I = b \frac{\tau''}{2}$$

де  $b$  - нахил осі, представлений у півділеннях рівня, а  $\tau''/2$  - ціна півділення рівня.

Нахил осі  $b$ , визначений за допомогою рівня, на якому позначення поділок зростають від одного кінця ампули до другого, обчислюють за формулою

$$b = M - (L_1 + P_1), \quad (7.19)$$

(нуль рівня зліва від напрямку: прилад - візирна ціль)  
або

$$b = (L_2 - P_2) - M, \quad (7.20)$$

(нуль рівня справа від напрямку: прилад - візирна ціль), де значення  $M$  (місце нуля пункту рівня, представлене в півділеннях його) обчислюють за формулою:

$$M = \frac{(L_1 + P_1) + (L_2 + P_2)}{2} \quad (7.21)$$

В цих формулах  $L_1, P_1$  - відліки по рівню, коли нуль ампули знаходиться зліва від напрямку: прилад - спостерігаємий пункт, а  $L_2, P_2$  - відліки, коли нуль - справа (після переводу труби через зеніт або після перекладки накладного рівня на горизонтальній осі).

У випадку іншого розміщення позначень поділок на ампулі рівня нахил осі  $b$  обчислюють за іншими формулами.

Вплив нахилу (негоризонтальності) лімба на виміряні напрямки подається формулою

$$(y - x)'' = \frac{\omega''^2}{4\rho''} \sin 2y, \quad (7.22)$$

де  $x$  - відлік по горизонтально встановленому лімбу при наведенні труби на предмет;

$I$  - відлік при тому ж положенні труби, але при нахилі лімбу на малий кут  $\omega$  відносно горизонту. При  $\omega = 60^\circ$  і  $\sin 2y = 1$ , отримуємо  $(y - x)'' = 0,004''$ . Неперпендикулярність лімба до осі приладу більше  $2'$  не слід допускати, тому що у цьому випадку буде спостерігатись розфокусування відлікових мікроскопів.

Ексцентриситет алідади викликає зсув нуль пунктів мікроскопів і зміну рена. Вплив ексцентриситету алідади на відліки по діаметрально протилежним мікроскопам  $A$  і  $B$  подається формулами

$$M_A = M'_A + \varepsilon'' \sin(M'_A - P) + \Delta r', \quad (7.23)$$

$$M_B = M'_B - \varepsilon'' \sin(M'_A - P) - \Delta r', \quad (7.24)$$

де  $M_A, M_B$  - відліки по мікроскопам, вільні від впливу ексцентриситету;

$\varepsilon'' = (e/R)\rho''$  - кутовий ексцентриситет алідади;

$e$  - лінійний елемент ексцентриситету (віддаль між центром кільця поділок лімба і проекцією на лімб центра обертання алідади);

$\rho$  - кут, який орієнтує лінійний елемент ексцентриситету відносно нульового штриха на лімбі;

$R$  - радіус кільця поділок лімба;

$\Delta r'$  - зміна рену мікроскопа, обумовлена впливом ексцентриситету алідади.

Максимальне значення  $\Delta r'$  не перевищує величину  $n_0 \varepsilon'' / \rho''$ , причому похибка  $\Delta r'$  у відлік по одному мікроскопу входить зі знаком плюс, а у відлік по другому мікроскопу - зі знаком мінус. Похибка у відлік, обумовлена зміною рена із-за ексцентриситету алідади, якою можна нехтувати і навіть при  $\varepsilon = 60^\circ$  вона складає для теодоліта ТТ -2/6 всього лише  $0,05''$  (при  $n_0 = 150$ д).

З приведених формул для  $M_A$  і  $M_B$  витікає, що при визначенні середнього значення з відліків по двом діаметрально протилежним штрихам лімба вплив ексцентриситету на виміряний напрямок повністю виключається.

Ексцентриситет лімба при визначенні середнього відліку по



діаметрально протилежним штрихам круга практично, як вже відмічалось, ніякого впливу на вимірний напрямок не має, однак, при виготовленні приладу він повинен бути доведений до мінімуму.

Похибки поділок лімба підрозділяють на випадкові і систематичні.

При сучасному стані ділильної техніки випадкові похибки штрихів лімба звичайно у декілька разів менші систематичних. У сучасних теодолітах систематичні похибки складають 0, 10 - 0, 15 ".

Вплив похибок візування і відліку на вимірний кут зменшується багаторазовими спостереженнями, а також відповідними методами вимірювання .

### **МЕТОДИ ВИСОКОТОЧНИХ КУТОВИХ ВИМІРІВ. НАЙВИГІДШІЙ ЧАС ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ КУТІВ**

Найвигіднішим для спостережень вважається час, коли вплив рефракції мінімальний; зображення спостерігаємих предметів спокійне або злегка коливається; видимість спостерігаємих цілей добра або задовільна.

Прослідкуємо за змінами, які відбудуться на протязі літнього сонячного дня в положенні і яскравості зображення спостерігаємого предмету. Представимо, що на протязі дня ми весь час спостерігали в теодоліт достатньо віддалений земний предмет. Приклад приведемо для районів України і близьких до них районів по умовам. В районах Середньої Азії, рівнинної частини Закавказзя, в горах послідовність явищ така ж, але часи зміни явищ дещо інші.

Після сходу сонця ґрунт починає інтенсивно прогріватися. Земна поверхня віддає тепло примикаючому до неї шару атмосфери. Нагріте повітря підіймається вгору, холодне спускається вниз. Завдяки сильним конвекційним потокам повітря, зображення предмета, яке видиме в трубці теодоліта, сильно коливається, розпливчате, нечітке. Шари повітря в цей час мають максимально різну щільність, що викликає максимальну вертикальну рефракцію. В наступні 0, 5 - 1, 5 години після сходу сонця зображення стає все більш чітким і спокійним, але безперервно і досить швидко підвищується в трубці ( в дійсності, положення зображення предмета, яке спостерігається трубою, знижується). Ще через 0,5-1,5 години зображення стає спокійним, майже нерухомим по азимуту, виразним і чітким, але воно продовжує, хоч і не так інтенсивно, безперервно підвищуватися в трубці. Такий період триває 1-2 год. Період раноквих спокійних зображень зручний для спостережень горизонтальних кутів. Трубу по азимуту можна наводити на предмет досить точно. Після цього періоду зображення починає коліватись по азимуту, але поступово уповільнюється хід зображення по висоті. Чим ближче до полудня, тим більше збільшується коливання по азимуту і тим менше хід зображення по висоті. До дев'ятої години коливання по азимуту стають значними і візування вертикальними нитками стає неможливим. Але температура і щільність в приземних шарах атмосфери до

цього часу вирівнюються, дія вертикальної рефракції стає мінімальною і більш або менш постійною. Починаються години, благоприємні для вимірювання зенітних віддалей. Але чим ближче до полудня, тим більше погіршується видимість і зростають коливання. В близькопону денний час наведення горизонтальної нитки на візирні цілі стає невпевненим або просто неможливим.

Починаючи з 14 год, коливання по азимуту починають затихати, покращується видимість, зображення робляться все більше спокійними і чіткими. З 16 год починається період спокійних зображень, який закінчується за 0, 5 год до заходу сонця. В цей період зображення чітке і нерухоме по азимуту.

В 17 - 18 год земна поверхня починає охолоджуватись. Збільшується щільність нижніх шарів атмосфери. Зростає дія вертикальної рефракції. Зображення в полі зору труби спочатку повільно, а потім все швидше починає опускатись.

За 0, 5 год до заходу сонця знову спостерігаються коливання зображення (дещо більш слабкіші, ніж вранці). Зображення знову стають нерізкими, розпливчати.

В похмуру погоду вигляд і положення зображення предмета на протязі дня залишаються такими же, але саме переміщення по висоті і коливання по азимуту буває значно меншим. Періоди спокійних зображень збільшуються.

Таким чином, найвигіднішим часом для спостереження горизонтальних кутів - ранішні часи, які починаються через півгодини - годину після сходу сонця до 8 - 9 год, і вечірні з 16 год, які закінчуються за півгодини до заходу сонця; для зенітних віддалей з 8 до 18 год в періоди достатньо чітких зображень візирних цілей.

Для кутових вимірів у триангуляції використовують, в основному, два способи: кругових прийомів (Струве), який використовують в триангуляції 2, 3 і 4 класів, вимірювання кутів у всіх комбінаціях (Шрейбера), який використовують у триангуляції 1 - 2 класів.

#### 7.4. Поняття про рефракцію світла при кутових і азимутальних визначеннях.

Одним з основних джерел похибок при високоточних кутових вимірах у триангуляції є вплив зовнішніх умов, головним чином, бокової рефракції. Необхідно відрізнити якість зображень, їх коливання і явище рефракції. Якість зображення залежить від ступеня замутнення атмосфери найменшими частинками пилу або води і від ступеня теплообміну між поверхнею ґрунту і прилеглими до нього шарами повітря. Коливання зображень спостерігаємих цілей викликаються конвекційними потоками повітря в приземному шарі атмосфери; інтенсивність коливань тим більша, чим вище температура поверхні ґрунту, чим більша різниця температур ґрунту і повітря і чим ближче до поверхні проходить візирний промінь.

Бокова рефракція  $\delta$  може бути подана формулою

$$\delta = \varepsilon + \sigma \quad , \quad (7.25)$$

де для неоднорідного поля ( $\nabla_r n \neq const$ )

$$\varepsilon = \frac{0.74}{S \sin Z} \int_0^S \frac{P}{T^2} \operatorname{tg} \gamma \sin(A - Q)(S - y) dy \quad , \quad (7.26)$$

$$\delta = \frac{21.7}{S \sin Z} \int_0^S \frac{P}{T^2} \frac{\partial T}{\partial H} \operatorname{tg} \gamma \sin(A - Q)(S - y) dy \quad , \quad (7.27)$$

і для однорідного поля ( $\nabla_r n = const$ )

$$\varepsilon = 0.37 \frac{P}{T^2} \frac{S}{\sin Z} \operatorname{tg} \gamma \sin(A - Q) \quad , \quad (7.28)$$

$$\delta = 10.8 \frac{P}{T^2} \frac{S}{\sin Z} \frac{\partial T}{\partial H} \operatorname{tg} \gamma \sin(A - Q) \quad , \quad (7.29)$$

У цих виразах:  $\delta$  - поправка у виміряний напрямок за вплив бокової рефракції ( в секундах дуги);  $S$  - довжина візирного променя по хорді, яка стягує його кінці (м);  $y$  - віддаль по хорді від початкової точки променя до текучої (м);  $P$  - тиск повітря (мм);  $T = 273, 2 + T^\circ\text{C}$  - абсолютна температура його (в градусах Кельвіна);  $dT/dH \cong (T_2 - T_1)/(H_2 - H_1)$  - вертикальний градієнт температури повітря (градус/метр);

$\gamma$  - кут, який відраховується від точки зеніту до вектора  $\nabla_n$ , направлено в сторону зменшення  $n = n(x, y, H)$ ;  $A$  і  $Q$  - азимути виміряемого напрямку і вектора  $\nabla n$  відповідно, відраховані по ходу годинникової стрілки від осі  $X$ , направленої на північ; до осі  $Y$ , направленої на схід;  $Z$  - зенітна віддаль спостерігаємої цілі.

Складаюча  $\sigma$  показує в першу чергу вплив місцевих полів бокової рефракції, а складаюча  $\varepsilon$  - вплив рефракційних полів значної довжини.

### 7.5. Вимірювання базисів.

Питання вимірювання базисів детально розглядаються в курсі електрооптичних методів вимірювання віддалей.

#### **Висновки**

З великою обережністю рекомендується відноситись до спостережень, які виконуються у безвітряну погоду в період, близький до заходу сонця, в цей час зображення можуть тільки здаватися спокійними, а в дійсності вони дуже повільно, непомітно для ока зміщуються по азимуту. Дослідами встановлено, що спостереження, виконані при задовільній видимості і слабкому вітрі на злегка коливаючихся зображеннях, найбільш надійні.

#### *Контрольні запитання*

1. Умови експлуатації високоточних теодолітів.
2. Джерела похибок при високоточних кутових вимірах.
3. Методи високоточних кутових вимірів.
4. Поняття про рефракцію світла.
5. Суть колімаційної похибки і методика її врахування.
6. Врахування похибки за нахил горизонтальної осі обертання.
7. Врахування похибки за нахил вертикальної осі у результати кутових вимірів.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Ассур В.Л., Кутузов М.Н., Муравин М.М. Высшая геодезия, М.: Недра, 1979,-398с.
2. Практикум по высшей геодезии/ Н.В.Яковлев, Н.А.Беспалов, Глумов В.П. и др.: Учебное пособие для вузов, М.: Недра, 1982, - 368 с.
3. Справочник геодезиста (в двух книгах), М.: Недра, 1975, - 1056 с.
4. Літнарівч Р.М. Дослідження точності геодезичних робіт для забезпечення облікової одиниці площі при інвентаризації земель. Навчальний посібник з курсу "Методи наукових досліджень" Частина I, Рівне.УДАВГ, 1998,-14с.
5. Літнарівч Р.М. Проект і дослідження триангуляції міста Рівне для забезпечення облікової одиниці площі. Навчальний посібник з курсу "Методи наукових досліджень", частина II, Рівне, РДТУ, 1999 р., - 27 с.
6. Літнарівч Р.М. Проект і дослідження геодезичної основи міста Рівне методом несучільних спостережень триангуляції. Навчальний посібник з курсу "Методи наукових досліджень". РДТУ, Рівне, 1998 -14с.
7. Літнарівч Р.М. Проектування і дослідження трилатерації міста Рівне методом статистичних випробувань Монте Карло. Навчальний посібник з курсу "Методи наукових досліджень", Частина IV, РДТУ, Рівне, 1998, - 16 с.
8. Літнарівч Р.М. Проект і дослідження точності методом статистичних випробувань Монте Карло геодезичної основи міста Рівне, створюваної лінійно-кутовим методом несучільних спостережень. Навчальний посібник з курсу "Методи наукових досліджень", Частина V, Рівне, 1999, -21с.
9. Літнарівч Р.М. Проект і дослідження геодезичної основи міста Рівне методом парних ланок засічок". Навчальний посібник з курсу "Методи наукових досліджень", Частина VI, РДТУ, Рівне, 1998, - 32 с.
10. Лобачев В.М. Радиозлектронная геодезия . М., Недра , 1980 .
11. Машимов М.М. Уравнивание геодезических сетей . М ., Недра , 1979 .
12. Морозов В.П. Курс сфероидической геодезии . М ., Недра , 1979.
13. Пеллинен Л.П. Высшая геодезия . М ., Недра , 1978 .
14. Полевой В.А. Математическая обработка результатов радиогеодезических измерений . М ., Недра , 1971 .
15. Селиханович В.Г. , Козлов В.П. , Логинова В.П. Практикум по геодезии . М ., Недра , 1978 .
16. Селиханович В.Г., Логинова Г.П. Задачник по геодезии . М ., Недра , 1970 .
17. Чеботарев А.С. Геодезия . ч.І. М ., Геодезиздат , 1955 .
18. Чеботарев А.С. , Селиханович В.Г., Соколов М.Н. Геодезия , ч.ІІ. М., Геодезиздат , 1962 .
19. Успенский М.С. Рекогностировка пунктов триангуляции . Труды ЦНИИГАиК , вып. 77. М ., Геодезиздат , 1951 .
20. Филоненко А.С. , Щипицин Н.Г. Практикум по высшей геодезии . М ., Недра , 1955 .

21. Шишкин В.Н. Рекогностировка пунктов триангуляции . М ., Геодезиздат 1959 .
22. Літнарівч Р.М. Теорія ряду парних ланок засічок , який прокладається між пунктами , визначеними по системі GPS . Інженерна геодезія . Випуск 45 . Київ, КНУБА , 2001 , - с.141...148.
23. Літнарівч Р.М. , Кравцов М.І. , Яроцький П.П. Порівняльний аналіз точності елементів суцільних і несуцільних спостережень триангуляції . Інженерна геодезія . КНУБА , Київ , 2002 , Випуск 47 . – с. 83-89 .
24. Боровий В.О. , Літнарівч Р.М. , Мардієва Л.П. Особливості зрівноваження лінійно-кутової мережі з недостатньою кількістю вимірів . Інженерна геодезія . Випуск 45, Київ , КНУБА , 2001, - с. 17-26 .
25. Літнарівч Р.М. Теоретичне обґрунтування точності геодезичних робіт при інвентаризації земель . Інженерна геодезія . Випуск 43 , КНУБА , Київ , 2000 , - с. 102...109 .

**Літнатович Руслан Миколайович,  
доцент, кандидат технічних наук**

**ГЕОДЕЗІЯ  
ПЛАНОВІ ДЕРЖАВНІ ГЕОДЕЗИЧНІ  
МЕРЕЖІ**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

**Комп'ютерний набір і редагування у системі Microsoft/Word 2000**

**Данич Олег Вікторович,**

**Грехов Максим Олексійович,**

**Скрипець Андрій Володимирович**

**Чернігівський державний інститут економіки і управління**

**м. Чернігів**

**вул. Стрілецька,1**

**[URL:www.geci.cn.ua](http://www.geci.cn.ua)**

**E-mail:rector@geci.cn.ua**

**Тел.: (0462) 179-308**

**(04622) 5-61-70**